

**RAPPORTO FINALE SUI RISULTATI DEL PROGETTO COMUNE DI RICERCA
FINAL REPORT ON RESULTS OF JOINT RESEARCH PROJECT**

1. Accordo /Agreement CNR / JSPS anni/ years 2012-2013	
2. Titolo del progetto Metodi variazionali innovativi per equazioni alle derivate parziali di evoluzione 2. Title of the project Innovative variational methods for evolution partial differential equations	
Parole chiave (massimo 3) Matematica Applicata, problemi di evoluzione, metodi variazionali. Key words (max. 3) Applied Mathematics, evolution problems, variational methods	
(solo per parte italiana) Area scientifica / Scientific area (tabella 1/ table1) 8 – Sistemi di Produzione	
3. Responsabili del progetto Project leaders	
Responsabile italiano Prof. Dr. Ulisse Stefanelli	Japanese project leader Prof. Dr. Goro Akagi
Istituto di appartenenza: Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche "E. Magenes" Indirizzo: via Ferrata 1, I-27100 Pavia	Affiliation: Graduate School of System Informatics, Kobe University address: 1-1 Rokkodai-cho, Nada-ku, Kobe 657-8501, Japan

4. Obiettivi del progetto

Il progetto e' stato inteso ad approfondire la teoria dei metodi variazionali globali per le equazioni e sistemi di evoluzione sia di tipo parabolico che iperbolico, eventualmente degenerare, con particolare riferimento a:

Questioni di buona positura:

- [a] Esistenza ed eventualmente unicità delle soluzioni;
- [b] Approssimabilità mediante schemi di discretizzazione, stabilità e convergenza;
- [c] Regolarità delle soluzioni.

Analisi del comportamento qualitativo:

- [d] Proprietà qualitative, simmetrie, periodicità;
- [e] Comportamento asintotico per tempi lunghi;
- [f] Dipendenza da parametri.

4. Aims of the project

The project has been aimed at the investigation of the theory of global variational methods for equations and systems of parabolic and hyperbolic type, possibly degenerate. Specifically, we have been interested in:

Well-posedness issues:

- [a] Existence and possibly uniqueness of solutions;
- [b] Approximation of solutions via time-discretization, stability and convergence;
- [c] Regularity of solutions.

Qualitative behavior of solutions:

- [d] Qualitative properties, periodicity;
- [e] Long-time behavior;
- [f] Parameters dependence.

5. Risultati ottenuti per obiettivo (max. 1 pagina)

L'approvazione del progetto ci è stata notificata alla fine di febbraio 2013 e le prime attività si sono svolte a giugno 2013. Sebbene il progetto si concluda solo a dicembre 2013 e la gran parte delle attività del 2013 sia programmata per l'autunno, siamo nella necessità di preparare fin d'ora una relazione finale al fine di un possibile rinnovo del progetto. Vogliamo sottolineare che stiamo di fatto relazionando sull'attività di soli 12 mesi.

A dispetto di questo breve periodo di attività il progetto ha ottenuto risultati rilevanti, sia dal punto di vista dello studio di questioni per equazioni differenziali astratte che da quello delle loro applicazioni, specialmente in relazione alla scienza dei materiali. Da un lato i lavori [2,4,5,6,9] si occupano di problemi più astratti, sia di tipo dispersivo che dissipativo. D'altra parte gli articoli [1,7,8] sono centrati sulla modelli per la plasticità non associativa e per i materiali a memoria di forma mentre [3] si occupa di evoluzione di domini. Per finire, i lavori [10,11] riguardano il fenomeno della cristallizzazione i modelli cosiddetti atomistici.

Seguendo la suddivisione degli obiettivi del progetto sopra riportata, possiamo schematicamente riportare i risultati ottenuti come segue.

[a] Esistenza ed eventualmente unicità delle soluzioni. Argomenti di esistenza e le relative dimostrazioni sono alla base della totalità dei lavori prodotti. In particolare abbiamo ottenuto risultati di esistenza di soluzioni forti o variazionali in [1,2,3,4,5,7,10,11]. Osservazioni preliminari nella direzione dell'unicità delle soluzioni sono contenute in [8,10,11].

[b] Approssimabilità mediante schemi di discretizzazione, stabilità e convergenza. Schemi di discretizzazione rispetto al tempo ricorrono in [1,2,3,4,7]. Argomenti di stabilità e convergenza sono discussi in tutti i lavori e specialmente in [9] per quanto riguarda sistemi rate-independent (invarianti per riscaldamento temporale).

[c] Regolarità delle soluzioni. Abbiamo ottenuto qualche risultato preliminare circa la regolarità delle soluzioni in [9] per caso rate-independent.

[d] Proprietà qualitative, simmetrie, periodicità. Ci occupiamo di questioni qualitative sulle soluzioni nei lavori [3,8,10,11]. Specificatamente i lavori [10,11] sono centrati sulla descrizione accurata dei minimizzatori globali di funzionali cosiddetti configurazionali per sistemi di particelle. Questi ultimi risultati solo al momento confinati al solo al livello stazionario.

[e] Comportamento asintotico per tempi lunghi. Abbiamo al momento considerato questa questione solo in relazione al modello di evoluzione di domini in [3]. D'altra parte, minimizzatori globali sull'intera semiretta dei tempi sono trattati in [2].

[f] Dipendenza da parametri. Questa è stata considerata sia in relazione ad alcuni modelli della scienza dei materiali in [1,7,8] che in ambito più astratto in [2,4,9].

5. Achieved results (max. one page)

The notification of the project approval is from late February 2012 with the first activities planned from June 2012. Although the project runs till December 2013 and much of the 2013 activities are planned only after summer, we are now composing a final report as its submission is mandatory in view of a possible reapplication. This particularly entails that we are actually reporting on the activity of 12 months only.

Despite its by now very limited life span, the project has successfully achieved a number of its short-term goals. As a whole, the project has touched both abstract differential equations issues and concrete applications, especially to Materials Science. In particular, the papers [2,4,5,6,9] deal with abstract problem both of dispersive and of dissipative type. On the other hand, [1,7,8] deal with non-associative plasticity and shape-memory alloys and [3] focuses on evolution of shapes. Finally, papers [10,11] deal with the crystallization phenomenon in atomistic models.

Referring to the above Aims breakdown we shall analitically record the achieved results as follows.

[a] Existence and possibly uniqueness of solutions. Existence issues and proofs have been underpinning all our scientific products. In particular, we have obtained suitable existence of strong or variational solutions in [1,2,3,4,5,7,10,11]. As for uniqueness, we have reported some preliminary discussion in [8,10,11].

[b] Approximation of solutions via time-discretization, stability and convergence. Time-discrete schemes have been at the basis of [1,2,3,4,7]. Stability and convergence are discussed in all papers but specifically in [9] in the frame of rate-independent systems.

[c] Regularity of solutions. Related to regularity issues we have recorded some comments in [9] for the rate-independent case.

[d] Qualitative properties, periodicity. Qualitative properties of solutions are at the basis of [3,8,10,11]. In particular, [10,11] focus on the exact description of global minimizers, although still in a static setting.

[e] Long-time behavior. This issue has presently been discussed in the shape-evolution situation of [3] only. On the other hand, trajectory minimizers of global variational functionals on the whole real semiline have been discussed in [2].

[f] Parameters dependence. This has been investigated in some materials models in [1,7,8] and in a more abstract setting in [2,4,9].

6. Prodotti del progetto / Results obtained	
--	--

	n./no.
Pubblicaz. scient. su riviste internaz./ scientific publications on international reviews con IF 3 senza IF	4
Pubblicaz. in atti congressi internaz./ publications in international congress proceedings	
Pubblicazioni in atti congressi nazionali / publications in national congress proceedings	
Pubblicazione libri nazionali / Publication of national books	
Pubblicazione libri internazionali / Publication of international books	1
Altre pubblicazioni / other publications	6
Brevetti / Patents	
Prototipi / Prototypes	
Strumentazione / Equipment and/or Devices	
Programmi software / Software	
Banche dati / Data bases	
Protocolli / Protocols	
Nuovi Materiali / New Materials	
Nuovi processi / New processes	
Cataloghi/inventari/repertori / Catalogues/Inventories	
Atlanti/Carte/Mappe / Atlases/Charts/Maps	
Progetti di ricerca / Reserch project	
Trasferimento innovazioni / Knowledge transfer	
Laboratori congiunti / Joint laboratories	
Alta formazione / Training	
Altro / Other	

7. Informazioni dettagliate sui risultati indicati sub 6

Publicazioni scientifiche (apparse o in stampa) su riviste internazionali con Referee:

- [1] G. Francfort, U. Stefanelli
Quasi-static evolution for the Armstrong-Frederick hardening-plasticity model
Appl. Math. Res. Express. AMRX, in stampa, 2013
- [2] M. Liero, U. Stefanelli
Weighted Inertia-Dissipation-Energy functionals for semilinear equations
Boll. Unione Mat. Ital. (9), 6 (2013), 1—27.
- [3] D. Bucur, G. Buttazzo, U. Stefanelli
Shape flows for shape optimization problems
Interfaces Free Bound., 14 (2013), 521—544.
- [4] G. Akagi
Doubly nonlinear parabolic equations involving variable exponents

Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series S, in stampa, 2013

Pubblicazioni in collezioni di articoli di livello internazionale:

[5] G. Akagi

Minimization approach to gradient flows of nonconvex energies
GAKUTO International Series, in stampa, 2013.

Altre pubblicazioni (Preprints):

[6] G. Akagi, U. Stefanelli

Doubly nonlinear evolution equations as convex minimization
Preprint IMATI-CNR 7PV13/0/0, 2013

[7] T. Roubicek, U. Stefanelli

Magnetic shape-memory alloys: thermomechanical modeling and analysis
Preprint IMATI-CNR 6PV13/0/0, 2013

[8] F. Auricchio, A.-L. Bessoud, A. Reali, U. Stefanelli

A phenomenological model for the magneto-mechanical response of single-crystal Magnetic Shape Memory Alloys
Preprint IMATI-CNR 3PV13/3/0, 2013

[9] T. Roche, R. Rossi, U. Stefanelli

Stability results for solubly nonlinear differential inclusions by variational convergence
Quaderno 20/20, Seminario Matematico Brescia, 2012

[10] E. Mainini, U. Stefanelli

Crystallization in carbon nanostructures
Preprint IMATI-CNR, 8PV12/7/0, 2012

[11] E. Mainini, P. Piovano, U. Stefanelli

Finite crystallization in the square lattice,
Preprint IMATI-CNR, 4PV13/4/0.

7. Detailed information on results indicated under point 6

Scientific publications (appeared and in press) on peer-reviewed international journals:

[1] G. Francfort, U. Stefanelli

Quasi-static evolution for the Armstrong-Frederick hardening-plasticity model
Appl. Math. Res. Express. AMRX, to appear, 2013

[2] M. Liero, U. Stefanelli

Weighted Inertia-Dissipation-Energy functionals for semilinear equations
Boll. Unione Mat. Ital. (9), 6 (2013), 1—27.

[3] D. Bucur, G. Buttazzo, U. Stefanelli

Shape flows for shape optimization problems
Interfaces Free Bound., 14 (2013), 521—544.

[4] G. Akagi
Doubly nonlinear parabolic equations involving variable exponents
Discrete and Continuous Dynamical Systems, Series S, to appear, 2013

Publications on international books:

[5] G. Akagi
Minimization approach to gradient flows of nonconvex energies
GAKUTO International Series, to appear, 2013.

Other publications (Preprints):

[6] G. Akagi, U. Stefanelli
Doubly nonlinear evolution equations as convex minimization
Preprint IMATI-CNR 7PV13/0/0, 2013

[7] T. Roubicek, U. Stefanelli
Magnetic shape-memory alloys: thermomechanical modeling and analysis
Preprint IMATI-CNR 6PV13/0/0, 2013

[8] F. Auricchio, A.-L. Bessoud, A. Reali, U. Stefanelli
A phenomenological model for the magneto-mechanical response of single-crystal Magnetic Shape Memory Alloys
Preprint IMATI-CNR 3PV13/3/0, 2013

[9] T. Roche, R. Rossi, U. Stefanelli
Stability results for solubly nonlinear differential inclusions by variational convergence
Quaderno 20/20, Seminario Matematico Brescia, 2012

[10] E. Mainini, U. Stefanelli
Crystallization in carbon nanostructures
Preprint IMATI-CNR, 8PV12/7/0, 2012

[11] E. Mainini, P. Piovano, U. Stefanelli
Finite crystallization in the square lattice,
Preprint IMATI-CNR, 4PV13/4/0.

8. Formazione di giovani ricercatori

Il progetto ha avuto due diversi contenuti formativi per giovani ricercatori. In primo luogo dobbiamo sottolineare come buona parte delle equipe siano costituite da giovani ricercatori. Il progetto ha per loro costituito una ottima opportunit  per avviare collaborazioni di livello internazionale e per fare esperienza di un contesto di ricerca molto differente. D'altra parte, le visite dei ricercatori ospiti sono state occasione per informative discussioni scientifiche per i giovani ricercatori. Sono stati inoltre offerti un buon numero di seminari, sia di livello introduttivo che piu' avanzato.

8. Training of young researchers

The project had a twofold training content. On the one hand a consistent part of the teams is made up of young faculties. The project has granted them an unprecedented opportunity to joining in a high-level international cooperation venture and to experience a completely different research environment. On the other hand, the visits of the guest researchers have been the occasion for fruitful didactical discussions with young faculties and postdocs. In particular, a number of introduction as well as advanced seminars were given to the general audience in occasion of the visits.

9. Motivazione degli sviluppi della collaborazione negli anni successivi

(eventuali estensione ad altri paesi, collaborazioni multilaterali, contratti nazionali o internazionali)

Siamo fermamente convinti dell'opportunità di rinnovare il progetto per gli anni 2013-2015.

Il progetto ha registrato un evidente successo. In pochi mesi siamo stati in grado di fissare un'agenda comune dettagliata che ha già prodotto un buon numero di risultati. Vorremmo sottolineare come i risultati del progetto siano qualitativamente e quantitativamente rilevanti, specialmente in relazione al campo di ricerca. Questo è probabilmente un effetto della qualità complessiva delle equipe del progetto così come della attualità dei temi trattati. L'uno e l'altra hanno motivato il nostro forte impegno scientifico congiunto.

Gli obiettivi del progetto sono ambiziosi. Sebbene sia stato già possibile compiere passi importanti, un rinnovo del progetto contribuirebbe decisamente alla possibile realizzazione completa di tali obiettivi. Dobbiamo altresì aggiungere che nel corso del lavoro congiunto sono state identificate un buon numero di ulteriori interessanti questioni che richiederebbero attenzione. In particolare, stiamo considerando la possibilità di studiare insieme alcune equazioni di evoluzione con operatori differenziali di tipo frazionario. Queste emergono naturalmente nello studio di numerosi modelli fisici e finanziari. L'analisi e il trattamento variazionale di queste equazioni saranno parte della domanda di rinnovo del progetto. D'altra parte, siamo ora interessati anche agli aspetti relativi alla analisi numerica dei metodi sviluppati. Queste sue estensioni del progetto avranno prevedibilmente anche la funzione di attrarre ulteriori interazioni della nostra attività con un numero ancora maggiore di ricercatori nelle due nazioni e, possibilmente, con nuovi collaboratori internazionali.

Dobbiamo sottolineare come le attività del progetto abbiano relazione con il ERC Starting Grant 2007 #200497 Biosma: Mathematics for Shape-Memory Technologies in Biomechanics coordinato da U. Stefanelli. Per parte giapponese, i progetti KAKENHI: Grant-in-Aid for Scientific Research (C) (No. 25400163) "Evolution equations describing anomalous diffusion" 2013-2015 e KAKENHI: Grant-in-Aid for Young Scientists (B) (No. 22740093) "Asymptotic behaviors of solutions for evolution equations involving nonlinear Laplacians" 2012 finanziati dalla Japan Society for the Promotion of Science (JSPS); il Research Fund "A new variational method for non-equilibrium systems with energy dissipation and applications" finanziato dalla Hyogo Science and Technology Association, 2012; e il Research Fund "Simulation of fluid diffusion in porous medium" Nikko Co. Ltd, 2012, siano in parte complementari alle ricerche di questo progetto. In particolare lo studio di equazioni di evoluzione con diffusione nonlineare e/o anomala (come nel caso della diffusione di un fluido in un mezzo poroso) è tra gli argomenti rilevanti per questo progetto. Di contro, i metodi numerici sviluppati nei precedenti progetti giapponesi sono basati sulle risultanze della nostra attività congiunta di ricerca.

Convinti della rilevanza scientifica del progetto così come del suo valore in termini di cooperazione scientifica internazionale, siamo determinati a proporne un rinnovo per il biennio 2014-2015.

9. Reasons for cooperative project developments in the following years, if any
(extension to other countries, multilateral collaboration, national or international contracts)

We are strongly convinced of the opportunity of a renewal of this project for 2014-2015.

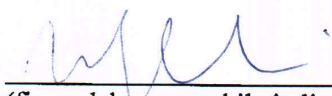
The project has been very successful. In just a few months we were able to set up a very effective common workplan and a number of tangible results have already been produced. Indeed, the overall outcome of the project is particularly remarkable, especially in connection with our discipline, Mathematics, where projects tend generally to be much less productive on a comparable timeframe. A possible reason for it is that the two teams include very good and active scientists and the project themes are definitely timely. This in turn motivated our scientific effort and, consequently, the results.

On the other hand, our goals were reasonably ambitious. Although we have done already much, some extra time would be needed in order to possibly develop in full our joint program. Additionally, we have to mention that by working together we have identified a number of very interesting perspectives which would deserve immediate attention. In particular, evolution equations involving fractional differential operators newly arose as a related issue and a couple of small projects have already been running (fractional Allen-Cahn/Cahn-Hilliard equations) as preliminary researches. Such evolution equations involving fractional derivatives are closely related to anomalous diffusion and many non-classical phenomena arising from multi-scale structures which widely attracting interests in many fields. These equations themselves and their variational treatments could occupy a part of central targets of a continuing project. Moreover, numerical applications of the theoretical results developed so far are also expected to be a target of the next proposal. Such extensions of research targets will also attract more attentions of wider fields in both countries, and we may expect further international collaborations in the next project.

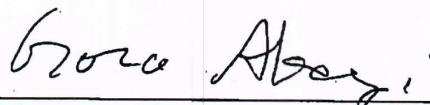
Let us mention that, from the Italian side, some activities related to the project have relation with part of the ERC Starting Grant 2007 project #200497 Biosma: Mathematics for Shape-Memory Technologies in Biomechanics coordinated by U. Stefanelli. In particular, the study of variational evolution modeling related to special materials synergetically bridges the two projects.

From the Japanese side, the following grants are related to this joint research project: KAKENHI: Grant-in-Aid for Scientific Research (C) (No. 25400163) "Evolution equations describing anomalous diffusion" 2013-2015 and KAKENHI: Grant-in-Aid for Young Scientists (B) (No. 22740093) "Asymptotic behaviors of solutions for evolution equations involving nonlinear Laplacians" 2012 funded by Japan Society for the Promotion of Science (JSPS); Research Fund "A new variational method for non-equilibrium systems with energy dissipation and applications" Hyogo Science and Technology Association, 2012; Research Fund "Simulation of fluid diffusion in porous medium" Nikko Co. Ltd, 2012. Evolution equations related to anomalous diffusion and nonlinear diffusion (e.g., fluid diffusion in porous medium) are lying on the scope of variational methods developed in this project. Furthermore, numerical schemes presented by the above-mentioned projects are also based on the theoretical results obtained in this project.

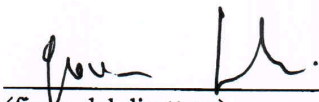
Being definitely convinced of the great scientific and cooperational value of our collaboration, we are definitely determined in proposing a renewal of the project for 2014-2015.



(firma del responsabile italiano del progetto)



(signature of the Japanese project leader)
(anche fax)



(firma del direttore)

date: June 10, 2013



IMATI - CNR - IMATI

Tit.:		Ci:	F:
N. 0001189		10/06/2013	

