

**Relazione scientifica finale del programma Short-Term Mobility svolto  
dall' Ing. Nunzio Luciano Fazio (CNR – IRPI) presso l'istituto ETS  
dell'Università Politécnica de Madrid (Spagna)**

## **1. Introduzione**

L'Ing. Fazio Nunzio Luciano, assegnista di ricerca del CNR – IRPI (Istituto di Ricerca per la Protezione Idrogeologica), in servizio presso la Sede Secondaria di Bari dello stesso istituto, è risultato vincitore di una borsa Short-Term Mobility 2016 del CNR, nell'ambito della quale ha svolto un periodo di soggiorno di 21 giorni presso il Departamento de Matemáticas et Informática Aplicadas a la Ingeniería Civil - Escuela Técnica Superior (ETS) de Ingenieros de Caminos dell'Universidad Politécnica de Madrid (Spagna). Tale periodo di soggiorno è stato svolto a partire dal 13 novembre 2016 sino al 03 dicembre 2016.

L'Escuela Técnica Superior (ETS) de Ingenieros de Caminos è considerata una scuola di Ingegneria Civile di massimo prestigio in Spagna ed Europa.

Il dipartimento ospitante è stato il “Departamento de Matemáticas et Informática Aplicadas a la Ingeniería Civil”, che svolge ricerca nel campo della modellazione numerica applicata ai diversi settori dell'ingegneria civile; il direttore attuale del Dipartimento è il Prof. Manuel Pastor Pérez, membro della Royal Academy of Sciences di Siviglia, e supervisore della ricerca svolta dallo scrivente nell'ambito del programma STM in oggetto. In particolare, il gruppo di ricerca guidato dal Prof. Pastor ha sviluppato codici di calcolo in ambito tridimensionale per la simulazione di processi di evoluzione e propagazione di frane a cinematica veloce con il metodo SPH (Smooth Particle Hydrodynamics).

Il titolo del programma svolto dallo scrivente può essere così sintetizzato: Modellazione numerica del processo di evoluzione cinematica e propagazione di frane mediamente veloci.

Il progetto di ricerca si colloca nell'ambito degli studi riguardanti le possibili evoluzioni dei dissesti di fenomeni franosi che interessano ampie superfici del territorio italiano che possono quindi causare gravi danni alle strutture e infrastrutture ubicate lungo il percorso seguito dalle stesse. La previsione delle caratteristiche come la velocità di propagazione, le distanze percorse, direzione ed estensione del percorso seguito nello spazio, può notevolmente ridurre i danni prodotti da questi fenomeni, in quanto fornisce un mezzo per definire le zone pericolose, stimando l'intensità del rischio e permettere la progettazione di adeguate strutture protettive.

Nella letteratura scientifica internazionale, è ampiamente risaputo come i metodi di calcolo numerico maggiormente utilizzati nella modellazione dei processi franosi lenti si basano su maglie strutturate (differenze finite, elementi finiti); tuttavia, per i processi di frana ad elevata mobilità, come ad esempio nel caso delle colate, tali metodi non sono più applicabili proprio in virtù della estesa fase di propagazione che segue l'innesco, per cui si adottano metodi a maglia non strutturata, di seguito meglio descritti.

Le frane classificate in letteratura come colate di terra (earthflow) o colate di fango (mudflow), sono molto diffuse lungo tutto l'Appennino Italiano (Picarelli et al. 2005, Bertolini e Pizziolo 2008) e la frana di Montaguto (AV), oggetto della modellazione, può essere considerata come caso di studio rappresentativo di questa categoria di frane. Nello specifico, si è verificata l'applicabilità del metodo SPH alla previsione delle caratteristiche cinematiche del processo di propagazione di una colata di terra (earthflow) di grandi dimensioni, in relazione allo spazio percorso ed al tempo, nella prospettiva di un utilizzo dello stesso strumento di calcolo per la previsione spazio-temporale di processi franosi analoghi.

In tale prospettiva, sono state svolte analisi numeriche con il codice di calcolo GeoFlow\_SPH, sviluppato dai Prof. Manuel Pastor e i suoi collaboratori, per la simulazione del processo di propagazione della massa di terreno instabile durante l'evento di riattivazione della frana di Montaguto nel 2005-2006. Sono state condotte inizialmente analisi di tipo parametrico al variare di alcune proprietà fisico-meccaniche del terreno che sono ritenute condizionanti rispetto allo stesso fenomeno di propagazione della frana, quali ad esempio le caratteristiche di resistenza al taglio del materiale coinvolto nella propagazione e la sua viscosità. Tali analisi sono state utili a verificare il ruolo dei singoli fattori nel controllo del processo evolutivo, avendo come termine di calibrazione le caratteristiche cinematiche della massa di frana, così effettivamente osservate in

sito. Al fine di pervenire alla definizione di un modello numerico maggiormente rappresentativo ed aderente al comportamento reale della frana in sito, l'attività di ricerca condotta nel periodo di soggiorno a Madrid si è focalizzata soprattutto sul tentativo di implementare una scala temporale reale dell'evento. Ciò ha comportato lo svolgimento di analisi di tipo monodimensionale volte a calibrare in maniera corretta i parametri da utilizzare.

## **2. Il metodo SPH ed il codice di calcolo GeoFlow\_SPH**

Lo studio della propagazione delle tipologie di frane che prevedono flusso del materiale (altrimenti note come frane "a colata") è un problema che non ha soluzione analitica rigorosa e quindi va risolto con metodi numerici approssimati che riescano a simulare i principali fattori di controllo degli stessi processi. I modelli più largamente utilizzati come gli elementi finiti e le differenze finite presentano difficoltà nell'affrontare processi di instabilità da frana che prevedono l'occorrenza di grandi deformazioni. Per questa tipologia di processi, nell'ultimo decennio si è sviluppato un gruppo di metodi numerici, che non associa informazioni ad una maglia di discretizzazione del dominio di calcolo, come nel caso dei metodi agli elementi finiti, e per questo sono denominati "metodi senza maglia" (*meshless*). Ad essi appartiene anche lo Smoothed Particle Hydrodynamics o SPH.

Il modello SPH è stato applicato inizialmente per problemi di astrofisica ma poi è stato largamente utilizzato da molti ricercatori e applicato a svariati problemi nel campo dell'idrodinamica. In seguito è stato utilizzato per modellare frane catastrofiche, cioè caratterizzate da elevato run-out (Bonet e Rodriguez 2005; McDougall e Hungr 2004). Le prime applicazioni del metodo non prevedevano l'accoppiamento idromeccanico tra scheletro solido e fluido interstiziale nel terreno, che invece è stato proposto da Pastor e coautori nel 2009 nell'ambito del codice di calcolo GeoFlow SPH, di seguito spiegato brevemente.

Il codice di calcolo GeoFlow SPH è in grado di simulare la propagazione di una massa come una miscela solido-liquida satura di acqua, rispettando le leggi che regolano il moto di un fluido lungo una superficie di base.

Il modello consiste in tre sub-modelli, che rappresentano, rispettivamente:

- 1) le equazioni che descrivono l'equilibrio di massa e quantità di moto del materiale, tenendo conto dell'accoppiamento tra lo scheletro solido e il fluido interstiziale;

- 2) il comportamento del materiale, i profili verticali di velocità e l'attrito basale;
- 3) il modello numerico che riduce i precedenti sub-modelli ad un insieme di equazioni algebriche che possono essere integrate nel tempo.

Il modello matematico utilizzato 'depth-integrated model' è un modello integrato o mediato rispetto alla dimensione verticale del flusso in cui l'ipotesi alla base di tali equazioni è data dall'assunzione che la profondità della frana è molto piccola rispetto alla sua lunghezza e ed è derivato da un più generale modello 3D che si basa sul presupposto che la miscela sia composta da una fase solida e da diverse fasi fluide.

Le equazioni che governano il modello sono:

- i) bilancio delle masse,
- ii) bilancio della quantità di moto della miscela e dei suoi costituenti,
- iii) le leggi costitutive e/o reologiche che descrivono il comportamento di tutti i componenti della miscela,
- iv) relazioni cinematiche tra il grado di deformazione del tensore e la velocità relativa.

Il principale problema con questo modello 3D è l'elevato carico computazionale a causa dell'ingente numero di incognite; il vantaggio principale è invece il suo carattere generale che può descrivere fenomeni di grandi spostamenti relativi tra fase solida e fase liquida.

Da qui possono essere applicati i modelli di Biot-Zienkiewicz per derivare i 'depth-integrated models' e descrivere l'evoluzione della pressione interstiziale all'interno della massa. I sopracitati modelli di Biot-Zienkiewicz assumono che la velocità relativa della fase fluida rispetto allo scheletro sia piccola. In questo caso le equazioni possono essere scritte in termini di a) deformazioni o velocità dello scheletro solido; b) velocità del fluido interstiziale dei pori rispetto allo scheletro e c) pressione del fluido interstiziale media. Tale modello viene indicato come  $u-\bar{p}-w$  ed è stato introdotto da Zienkiewicz e Shiomi (1984), nel caso di terreni saturi, e Zienkiewicz (1990), nel caso di terreni non saturi con aria a pressione atmosferica (Zienkiewicz et al 1990b). Questo modello si compone di tre equazioni di equilibrio di cui sopra, oltre ad una equazione costitutiva o legge reologica. Le variabili principali del modello sono la velocità dello scheletro solido  $\mathbf{v}_s$ , la velocità di Darcy del fluido interstiziale  $\mathbf{w}$  e la pressione dei pori  $p_w$ . Nel campo della meccanica dei terreni si può in generale assumere che la velocità del fluido sia relativamente bassa rispetto a quella delle particelle del terreno (Zienkiewicz 1980), per cui si deriva che la velocità relativa della fase fluida rispetto a quella del terreno,  $\mathbf{w}$ , possa essere trascurata nelle suddette

equazioni. In tali ipotesi, si perviene al famoso modello  $u-p_w$  di Zienkiewicz, ampiamente utilizzato in geomeccanica poiché consente notevoli semplificazioni dal punto di vista computazionale.

Le frane di tipologia a colata presentano, inoltre, profondità media molto piccola rispetto alla loro lunghezza ed alla larghezza. In simili condizioni, è possibile semplificare le equazioni risolutive dei modelli di propagazione e consolidazione 3D mediante l'integrazione delle stesse equazioni lungo l'asse verticale. Il modello 2D che ne deriva, cosiddetto 'depth-integrated', presenta un'interessante combinazione di elevata accuratezza e modesta complessità di calcolo, fornendo informazioni importanti come velocità di propagazione della massa in frana, tempo impiegato per raggiungere un determinato punto e altezza del flusso in quel punto.

I modelli numerici proposti negli ultimi anni possono essere raggruppati in Euleriani o Lagrangiani. I metodi Euleriani richiedono elevate quantità di memoria computazionale, perché le variabili non note sono calcolate in ogni punto del modello ad ogni time-step. Nei metodi Lagrangiani, invece, le variabili vengono computate solo nella propagazione delle masse e questo riduce drasticamente i costi computazionali. A tal proposito, il modello meshless SPH depth-integrated non può ritenersi un modello esatto di tipo Lagrangiano perché i punti di discretizzazione non si muovono insieme al flusso.

Pertanto, si può considerare il modello SPH come un metodo "meshless" (senza maglia) di tipo 'quasi Lagrangiano', per cui tutte le informazioni relative al dominio di calcolo sono collegate allo spostamento dei nodi ed i punti nodali si presentano distribuiti nello spazio senza una struttura di griglia ben definita. Ogni punto nodale è identificativo di alcune informazioni scalari, quali la densità, la pressione, le componenti di velocità, ecc.

L'interazione tra i punti nodali e l'interpolazione da un set di nodi  $N$ , per trovare il valore di una particolare quantità in un punto arbitrario, sono ottenuti mediante una funzione "peso", anche chiamata funzione "kernel" o funzione "smoothing" (Figura 2). Di qui, l'uso del termine "meshless" ad indicare questo tipo di modelli numerici, che infatti sono privi di una vera e propria griglia di discretizzazione. In tale ottica, un parametro importante nel modello risulta proprio la lunghezza di appiattimento (smoothing),  $h'$ , definita come la distanza da ogni nodo dove la funzione weighting si annulla.

Si rimanda per ulteriori chiarimenti sul modello all'articolo di Pastor et al. 2009.

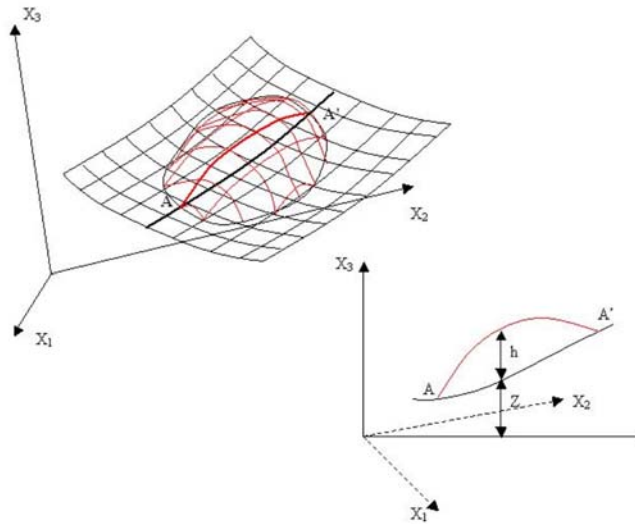


Figura 1. Sistema di riferimento e notazione adottata nel modello SPH

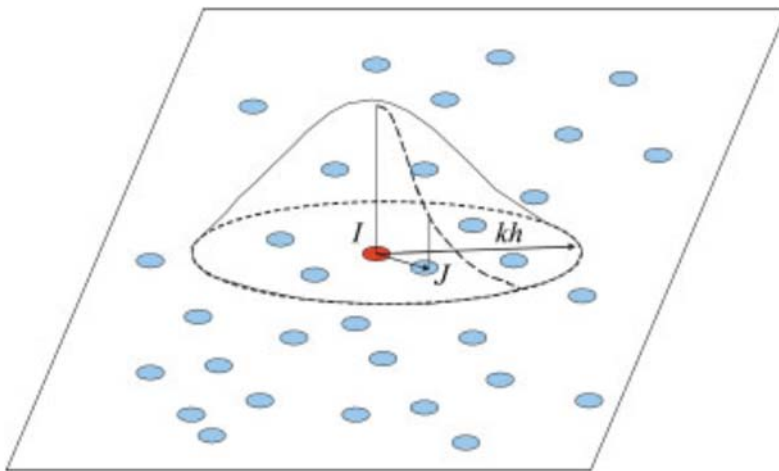


Figura 2. Nodi ed integrazione numerica in una mesh SPH

### 3. La frana di Montaguto (AV) come caso rappresentativo delle colate di terra

La frana di Montaguto (AV, Italia Meridionale) può essere classificata come una estesa colata di terra, che si è attivata nell'inverno 2004-2005 lungo il versante nord della valle del fiume Cervaro, in località San Martino, ed è arrivata al piede del versante nell'Aprile 2006, dove il significativo apporto di materiale detritico ha prodotto l'interruzione di importanti infrastrutture viarie presenti nell'area. Il volume di frana è stato stimato intorno a 4 milioni di m<sup>3</sup> di terreno, con uno sviluppo longitudinale complessivo della frana pari a circa 3 km, mentre la velocità media di movimento è stata stimata intorno a 6 - 7 m/giorno. L'intera frana può essere suddivisa in 3 settori, rispettivamente la zona sorgente, la zona di propagazione (o canale) e la zona di accumulo

al piede. Lo spessore del deposito di frana varia tra 4 a 30 m, con un aumento dello stesso in direzione di valle. La pendenza media del versante è elevata nell'area sorgente della frana (circa pari a 15°), mentre nel tratto centrale di propagazione è compresa tra 4° e 9°. Uno studio geomorfologico delle diverse riattivazioni occorse lungo il versante negli ultimi decenni e del processo franoso specifico del 2005 - 2006 è riportato in Giordan et al. (2013) e Lollino et al. (2014).

Nella parte superiore del versante la geologia è costituita prevalentemente da un affioramento di terreni afferenti alla formazione del Flysch di Faeto, costituiti da argille miste a calcari e calcareniti secondo un assetto caotico, mentre nella porzione centrale ed inferiore dello stesso versante affiorano i terreni della formazione di Villamaina, costituiti da argille marnose consistenti. Il detrito di frana trasportato dalla frana è pertanto costituito da materiale rimaneggiato e destrutturato originariamente appartenente alla formazione del Flysch di Faeto della zona sorgente, mentre i terreni della formazione di Villamaina hanno rappresentato il substrato stabile al di sopra del quale è avvenuto lo scorrimento del materiale di frana proveniente dalle aree superiori del versante.

La massa detritica costituente la colata di Montaguto si è generata verosimilmente nella zona del piede dell'area di alimentazione ubicata nell'area superiore del versante nella primavera del 2005 ed è arrivata al piede del versante a fine Aprile 2006, percorrendo così una distanza media di run-out pari circa a 2200 – 2400 m. Pertanto, sulla base di questa ricostruzione la velocità media di propagazione è risultata compresa tra 6 e 7 m/giorno. Nelle analisi effettuate dallo scrivente si è cercato di impostare i vari parametri presenti nel codice in modo da riuscire ad ottenere un tempo di propagazione della frana confrontabile con quanto osservato in sito e, dunque, realistico.

Nelle Figure 3 e 4 sono mostrate le variazioni topografiche misurate come differenza tra il DTM del 2004 (geometria pre-frana del versante) e quello del 2006 (geometria post-frana del versante), sia per la zona sorgente che per quella di accumulo. Nelle stesse figure sono riportate anche le ortofoto del 2010 degli stessi settori della frana.

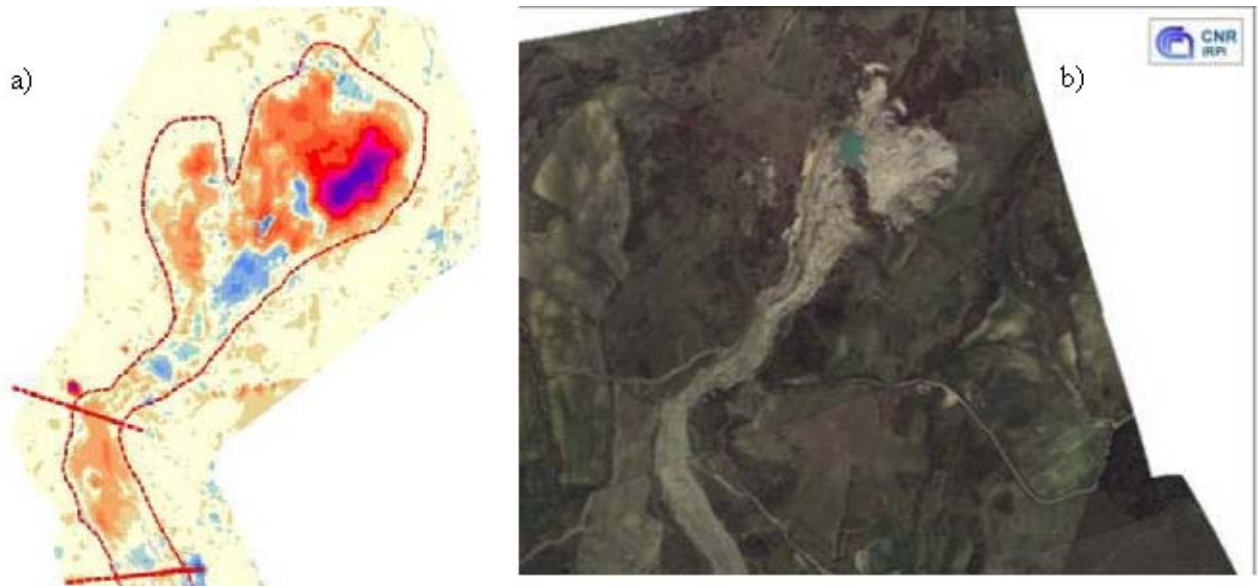


Figura 3. (a) Variazioni topografiche della zona sorgente e del tratto iniziale del canale misurate tra condizione pre- e post-frana; (b) Ortofoto 2010: zona sorgente della frana

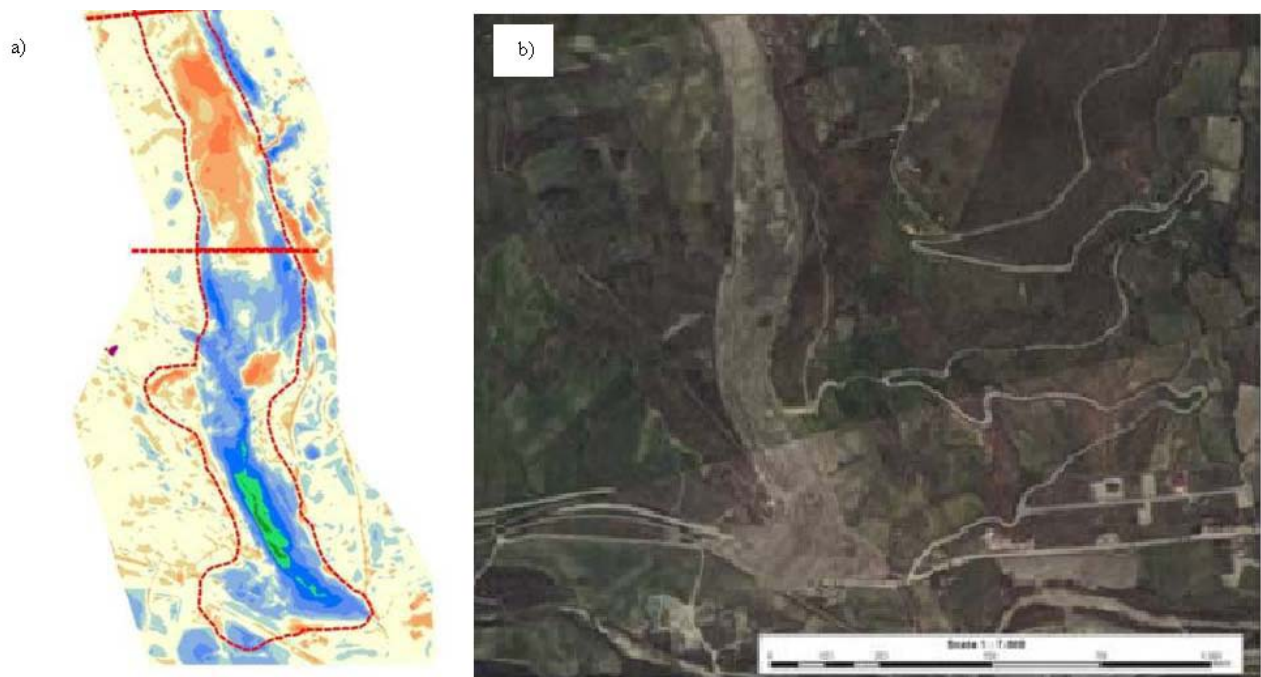


Figura 4. (a) Variazioni topografiche della zona di accumulo misurate tra condizione pre- e post-frana; (b) Ortofoto 2010: zona di accumulo della frana



#### 4. Analisi Numeriche

Il codice SPH, scritto nel linguaggio Fortran 90, implementa le equazioni presentate nel capitolo precedente di questa relazione, che governano il fenomeno di propagazione delle frane di tipo colata.

Il programma consta complessivamente di 7 moduli, di cui 4 sono fondamentali e 3 richiamati solo in base al problema da risolvere. I 4 moduli fondamentali sono:

- 1) 2 moduli legati alla dichiarazione e definizione delle variabili;
- 2) un modulo che interessa la topografia del terreno;
- 3) un modulo principale che risolve le equazioni di campo del fenomeno che si desidera studiare.

Gli altri 3 moduli non utilizzati contemporaneamente sono:

- 1) propagazione di eventi franosi (sulla base delle shallow water equations);
- 2) moto dei fluidi (equazioni di Navier Stokes);
- 3) problemi di dam break.

Nel presente lavoro sono stati analizzati i fenomeni classificati in letteratura come “colate di terra”, pertanto si è utilizzato solo il modulo relativo alla propagazione di eventi franosi.

I dati di input sono contenuti in 3 files:

1. il file “.top”: contenente i dati della geometria del modello (topografia attraverso DTM o coordinate della geometria);
2. il file “.MASTER.dat” contenente le informazioni di tutte le particelle che compongono il flusso;
3. il file “.dat:” dove vengono inseriti tutti i parametri che costituiscono la massa (densità, parametri reologici e geotecnici, ecc...).

Di seguito sono descritti i principali risultati ottenuti nelle analisi condotte nell’ambito del periodo di soggiorno a Madrid, sia mediante l’adozione di analisi SPH di tipo 1D che di analisi 2D. A tal proposito, si precisa che sebbene la visualizzazione dei risultati sia di tipo tridimensionale, l’analisi numerica, secondo le semplificazioni fatte sulla geometria del corpo di frana e descritte nel capitolo precedente, sia in realtà un’analisi puramente bidimensionale in quanto le equazioni vengono integrate mediando l’altezza della massa di frana

## Analisi 1D Montaguto

In una fase iniziale è stata effettuata un'analisi 1D della frana di Montaguto, schematizzata in maniera approssimata secondo una porzione ad inclinazione costante ed un tratto finale orizzontale. La geometria del modello presenta un'altezza di 245 m, una lunghezza complessiva di 2500 m, una zona piana di 500 m ed una parte inclinata lunga 2000 m con inclinazione di 7°.

Il modello reologico utilizzato è il Modello reologico alla Bingham in cui il fluido rappresenta idealmente un materiale che può comportarsi come un solido o come un liquido a seconda che il livello di sforzo tangenziale sviluppato sia rispettivamente al di sotto o al di sopra di un valore limite, detto sforzo di soglia o yield stress. I parametri del modello reologico fatti variare nelle analisi sono la resistenza,  $\tau_y$ , che oppone il materiale, superata la quale il fluido ha un comportamento newtoniano, e la viscosità del materiale,  $\mu$ .

Secondo la letteratura (Cascini et al.2013.) la viscosità  $\mu$  può assumere valori compresi tra **20 e 800 Pa·s**, mentre la resistenza  $\tau_y$  può assumere valori compresi tra da **10<sup>2</sup> e 10<sup>3</sup> KPa**. In particolare, i risultati di un'analisi parametrica effettuata facendo variare i valori dei suddetti parametri all'interno dei range suggeriti in letteratura indicano che il modello in grado di simulare al meglio la reale evoluzione della massa in frana nello spazio prevede valori dei parametri di Bingham pari a  **$\mu= 600 \text{ Pa}\cdot\text{s}$  e  $\tau_y=1000 \text{ KPa}$** . In fig. 5 sono rappresentate a) la fase iniziale b) fase intermedia e c) la fase finale dell'evoluzione della massa in frana lungo il pendio.

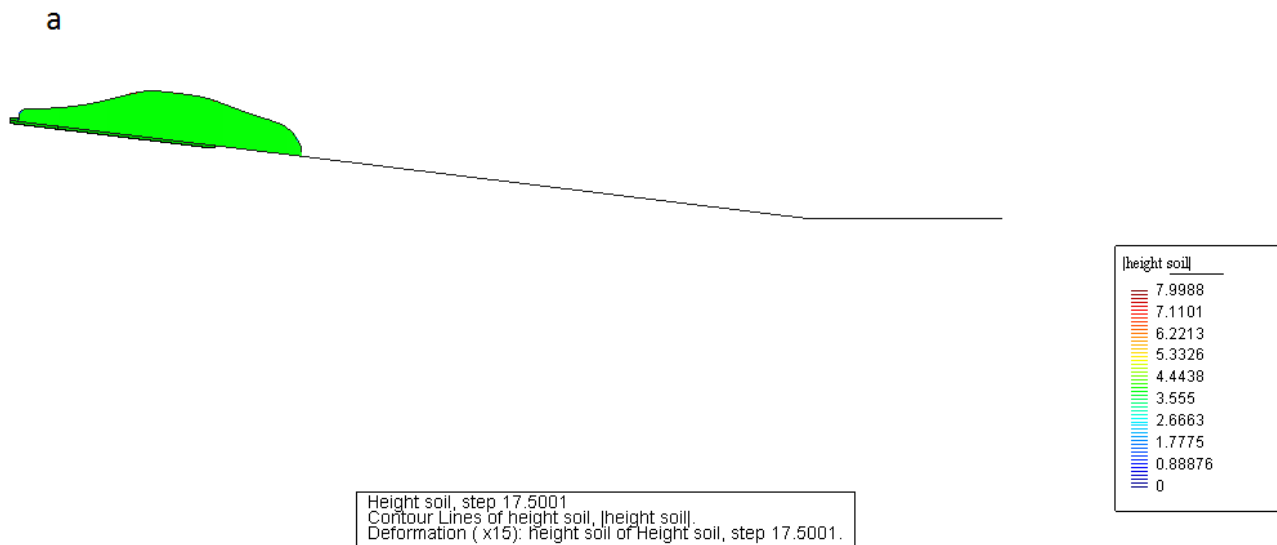


Fig.5a fase iniziale di scorrimento della massa

b

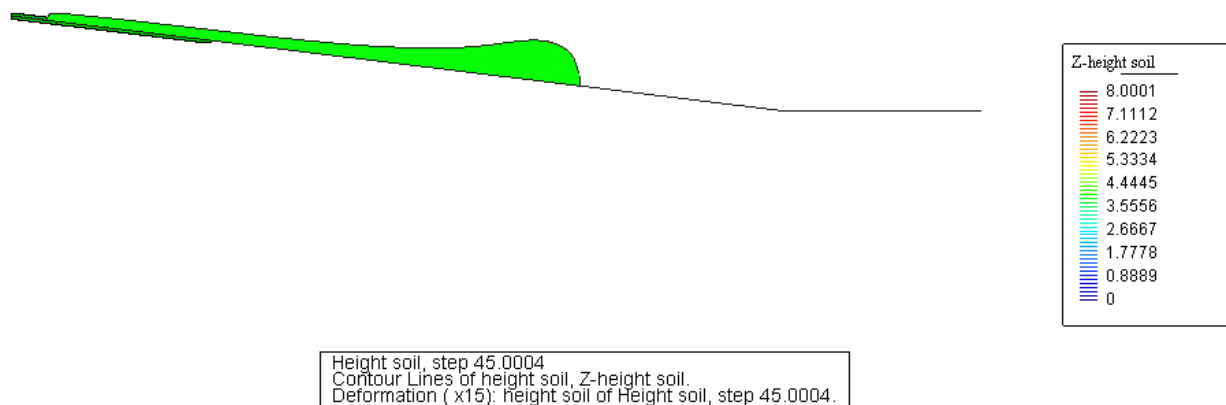


Fig 5b fase intermedia scorrimento massa

c

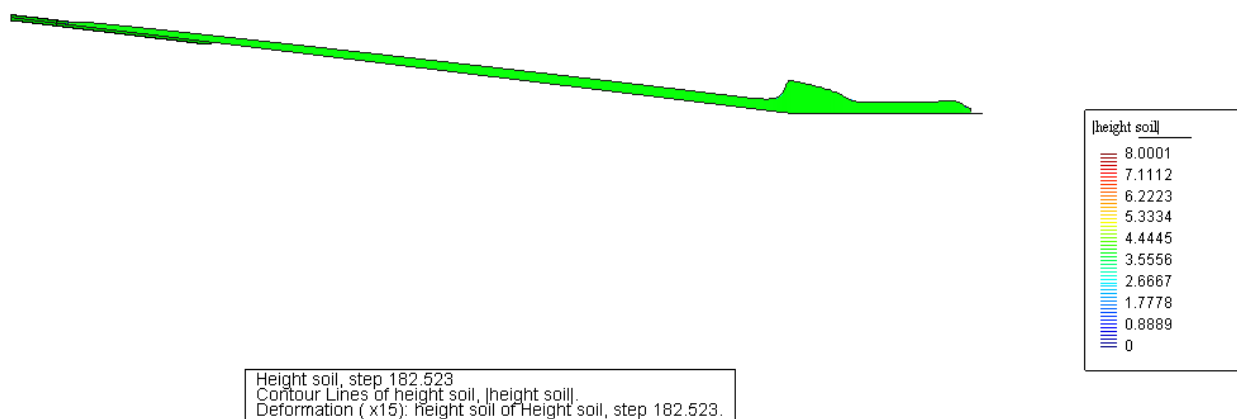


Fig. 5c fase finale di scorrimento della massa con accumulo al piede

Nella figura 5b) è possibile notare il profilo tipico che un fluido con comportamento reologico alla Bingham assume durante lo scorrimento lungo un piano inclinato, caratterizzato da una coda lunga di piccolo spessore rispetto alla testa inferiore avente volume maggiore a causa dell'effetto frenante esercitato della viscosità sulla massa in frana. Nella fig. 5c) si nota, invece, come la massa alla fine del tratto pendente tende ad arrestarsi nel tratto orizzontale e accumularsi al piede del

pendio in corrispondenza del cambio di pendenza, tale comportamento simula correttamente quello effettivamente osservato in sito.

### Analisi 2D Montaguto

Nel modello 2D la geometria di partenza del versante è stata simulata utilizzando un DTM (Digital Terrain Model) del 2004, con lato della griglia pari a 5 m. In Figura 6 è riportata la geometria rappresentata mediante le isolinee di pari quota assoluta.

La geometria della massa di frana è stata invece modellata definendola attraverso una differenza tra il DTM del 2004 (pre-frana) ed il DTM del 2006 (post-frana), assunte entrambe con passo della griglia pari a 10 m. In figura 7 è mostrata una visualizzazione della geometria della massa di frana nelle condizioni di partenza ottenuta come contours delle altezze della massa di frana.

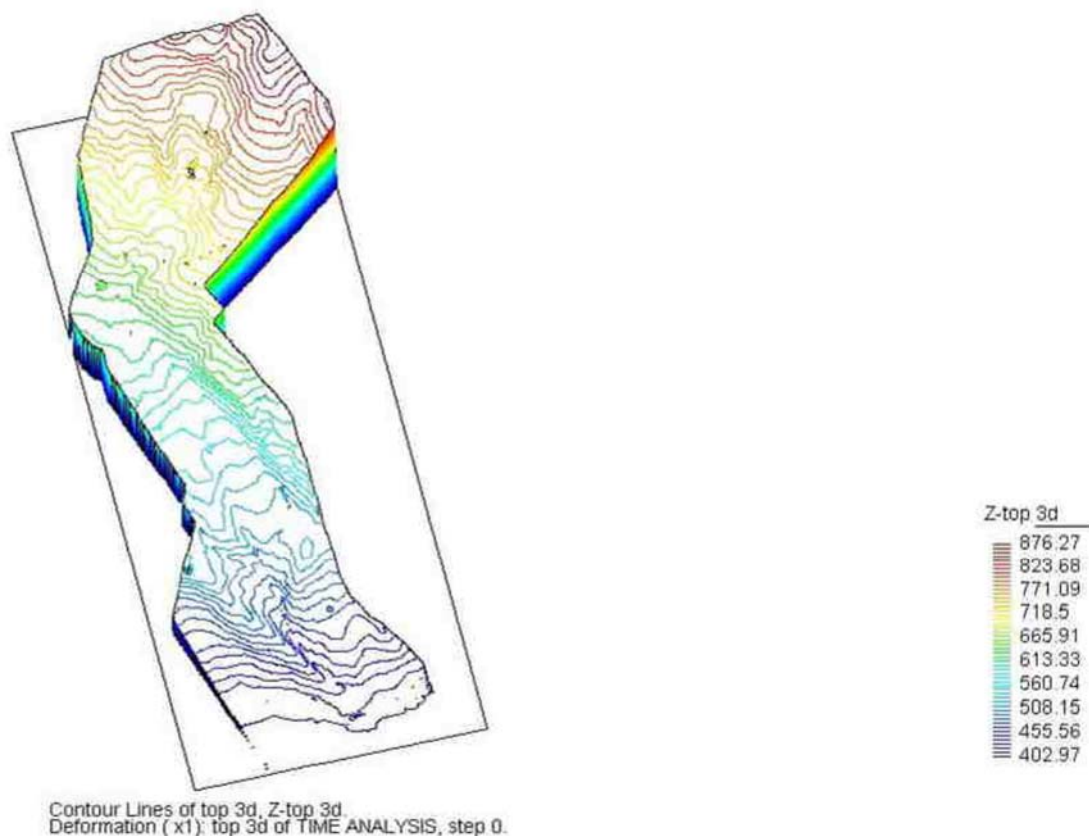
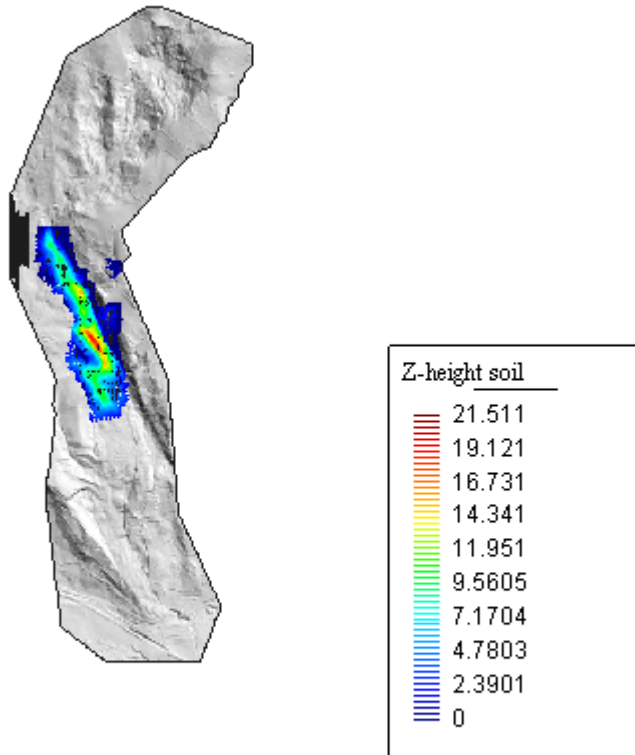


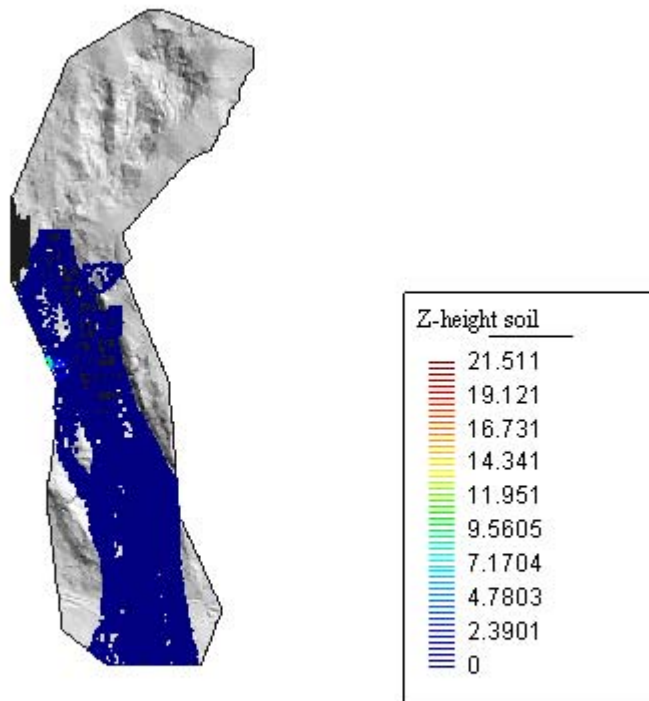
Fig. 6 Geometria rappresenta in isolinee



Height soil, step 6.50643  
 Contour Lines of height soil, Z-height soil.

*Fig. 7 Corpo di frana alle condizioni iniziali settore 2*

Le analisi sono state effettuate utilizzando come parametri di partenza quelli impostati nel modello 1D che ben descrivevano il fenomeno. Dalla figura 8a si nota come la massa instabile non si accumula al piede della frana come accade nel modello 1D e nella realtà, ma tende a disperdersi nelle zone laterali del modello. Infatti possiamo notare come tutta la massa rimanente nel modello risulta essere di colore blu e quindi di altezza molto limitata (inferiore a 4 m). Questi risultati differenti possono essere dovuti alla geometria che tende a confinare meno la massa e quindi a farla disperdere. La massa tende ad accumularsi al piede utilizzando valori di  $\mu$  e  $\tau_y$  molto grandi e fuori dal range offerto dalla letteratura.



Height soil, step 143.307  
Contour Lines of height soil, Z-height soil.

*Fig 8 fase finale settore 2*

### **Analisi 1D per la calibrazione del tempo reale**

Uno dei limiti associati all'uso del codice di calcolo GeoFlow\_SPH, così come attualmente strutturato, per la simulazione delle colate di terra risulta proprio la calibrazione del tempo reale di propagazione. Come già detto, tali frane, infatti, si muovono con una velocità dell'ordine dei metri/giorno (1 – 20 m/giorno), laddove invece GeoFlow SPH simula l'evento in un tempo "macchina" di pochi secondi. Sotto la guida del Prof. Pastor è stato modificato il valore del parametro incremento di tempo, dt\_SPH, siccome l'algoritmo utilizzato nelle analisi è di tipo esplicito questo parametro dovrà soddisfare alcune restrizioni. Nel modello matematico si utilizza la classica formulazione della condizione di Courant-Friedrichs-Lewy, spesso abbreviata con CFL ed il cui nome è dovuto a Richard Courant, Kurt Friedrichs e Hans Lewy, è una condizione

necessaria per la convergenza numerica della soluzione di alcune equazioni alle derivate parziali (di solito, equazioni di tipo iperbolico) ricavata nel 1928.

Questa condizione è sfruttata nell'impiego di schemi numerici espliciti temporali. Come conseguenza, il passo temporale deve essere più piccolo di un certo intervallo di tempo, altrimenti la simulazione produrrà risultati ampiamente scorretti. Per esempio se la distanza tra due punti adiacenti tra 2 punti viene ridotta, il limite superiore dell'intervallo temporale sarà anch'esso diminuito. In sostanza, il dominio numerico (o discreto) di dipendenza deve includere il dominio analitico (o continuo) di dipendenza per poter assicurare che lo schema possa trovare l'informazione necessaria per creare la soluzione. Di seguito si riporta l'equazione CFL utilizzata

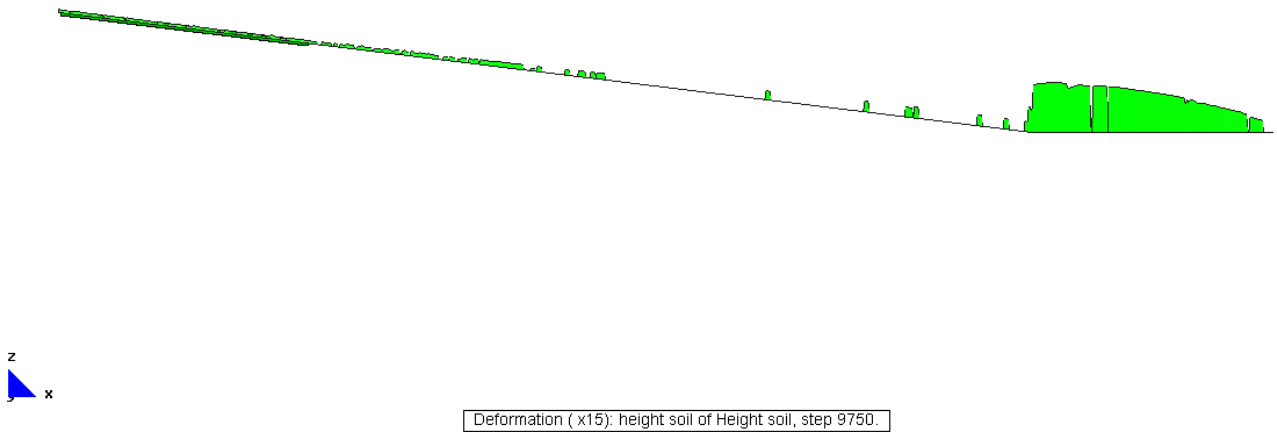
$$dt\_sph = \min(spacing / \sqrt{gh})$$

In cui *spacing* indica lo spazio tra i nodi e *h* è l'altezza della massa di frana. Per esempio se i nodi hanno uno spazio iniziale di 10 m e la massima altezza della frana è 20m il limite di time step dovrà essere:

$$dt\_sph = (10 / \sqrt{20g}) = 0.7139$$

Utilizzando valori maggiori del *dt\_sph* calcolato con questa formula i risultati delle analisi numeriche hanno portato dei risultati poco stabili (fig.9) in cui la massa assume una forma frastagliata e i risultati risultano poco attendibili.

Per risolvere tale problematica si sta modificando il codice attraverso un modello semi-implicito, cosicché il *dt* sia limitato dal rapporto tra la separazione delle particelle e la velocità del movimento. Ciò significa dire che per una separazione di 1m e una velocità di 100m per anno, il *dt* sarà 1/100 anni e quindi 100 *dt* varranno 1 anno.



*Figura 9 risultati incorretti dati dalla variazione di dt*

## **Bibliografia**

Bertolini G. & Pizziolo M. (2008). Risk assessment strategies for the reactivation of earth flows in the Northern Apennines (Italy). *Engineering Geology*, 102, 179 – 192.

Giordan D., Allasia P., Manconi A., Baldo M., Santangelo M., Cardinali M., Corazza A., Albanese V., Lollino G., Guzzetti F. (2013). Morphological and kinematic evolution of a large earthflow: The Montaguto landslide, southern Italy. *Geomorphology*, 187, 61-79.

Cascini L, Cuomo S., Pastor M. & Coppola M. (2013). SPH propagation modelling of an earthflow from Southern Italy, XII Int. Conf. Comp. Plasticity, COMPLAS XII.

Hutter K. and Koch T. (1991). Motion of a granular avalanche in an exponentially curved chute: experiments and theoretical predictions. *Phil. Trans. R. Soc.London*, 334, 93 – 138.

Laigle D. and Coussot P. (1997). Numerical modelling of mudflows. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 123 (7), 617 – 623.



Lollino P., Giordan D and Allasia P. (2014). The Montaguto earthflow: A back-analysis of the process of landslide propagation *Engineering Geology*, 170, 66-79, 2014.

McDougall S. and Hungr O. (2004). A Model for the Analysis of Rapid Landslide Motion across Three-Dimensional Terrain. *Canadian Geotechnical Journal*, 41 (12), 1084 – 1097.

Pastor M., Haddad B., Sorbino G., Cuomo S. & Drempetic V. (2009). A depth integrated coupled SPH model for flow-like landslides and related phenomena. *Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 33, 143 – 172.

Picarelli L., Urciuoli G., Ramondini M., Comegna L. (2005). Main features of mudslides in tectonised highly fissured clay shales. *Landslides*, 2, 15 – 30.

Savage S.B. and Hutter K. (1991). The dynamics of avalanches of granular materials from initiation to runout. Part I: Analysis. *Acta Mechanica* 86, 201 – 223.

Pastor, M., Quecedo, M., Fernandez-Merodo, J. A., Herreros, M.I., Gonzalez, E., and Mira, P. (2002). Modelling tailing dams and mine waste dumps failures. *Geotechnique*, 52: 579-591.

Pastor, M., Haddad, B., Sorbino, G., Cuomo, S., and Drempetic, V. (2009). A depth integrated coupled SPH model for flow-like landslides and related phenomena. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 33(2): 143–172.

.Zienkiewicz OC, Chang CT, Bettess P.(1980). Drained, undrained, consolidating dynamic behaviour assumptions in soils. *Geotechnique* 1980; 30:385–395. 34.

Zienkiewicz OC, Shiomi T. Dynamic behaviour of saturated porous media: the generalised Biot formulation and its numerical solution. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 1984; 8:71–96. 35.

Zienkiewicz OC, Chan AHC, Pastor M, Paul DK, Shiomi T.(1990a) Static and dynamic behaviour of soils: a rational approach to quantitative solutions. I. Fully saturated problems. Proceedings of the Royal Society of London, Series A 1990; 429:285–309. 36.

Zienkiewicz OC, Xie YM, Schrefler BA, Ledesma A, Bicanic N. (1990).Static and dynamic behaviour of soils: a rational approach to quantitative solutions. II. Semi-saturated problems. Proceedings of the Royal Society of London, Series A; 429:311–321. 37.

Zienkiewicz OC, Chan AHC, Pastor M, Shrefler BA, Shiomi T. (1999).Computational Geomechanics. Wiley: New York,

Picarelli, L., Urciuoli, G., Ramondini, M., Comegna, L., (2005). Main features of mudslides in tectonised highly fissured clay shales. Landslides 2, 15– 30.

Bertolini G., Pizziolo M., (2008). Risk assessment strategies for the reactivation of earth flows in the Northern Apennines (Italy) Engineering Geology, 102, 178-192.