

Relazione Scientifica

Marianna Balasco

Ricercatrice presso

Istituto di Metodologie per l'Analisi Ambientale (IMAA)

Consiglio Nazionale delle Ricerche (CNR)

Titolo del programma:

**Implementazione di nuovi software di analisi ed interpretazione di dati magnetotellurici
acquisiti in area a potenziale rischio sismico**

Dipartimento di afferenza:

Scienze del sistema terra e tecnologie per l'ambiente

Istituto ospitante:

Departament de Geodinàmica i Geofísica – Universitat de Barcelona (Spain)

Durata: **21 giorni, 07/06/2016 – 28/06/2016**

Indice

1. GENERALITÀ SULLA TECNICA MAGNETOTELLURICA	3
2. IL PROCESSING MAGNETOTELLURICO	8
3. STIMA DEL TENSORE IMPEDENZA	10
3.1 Il metodo dei minimi quadrati	12
3.2 Il metodo dei minimi quadrati pesati	15
4. METODI ROBUSTI.....	17
4.1 Il metodo della Robust Multivariate Errors in the Variables	18
4.2 Il metodo della Bounded Influence Remote Reference Processing	21
5. CONCLUSIONI E PROSPETTIVE FUTURE	21
6. RINGRAZIAMENTI	23
7. BIBLIOGRAFIA	23

1. GENERALITÀ SULLA TECNICA MAGNETOTELLURICA

Il metodo magnetotellurico è un metodo elettromagnetico che consente, attraverso lo studio della propagazione dei campi elettromagnetici naturali, di determinare il valore della resistività elettrica del sottosuolo.

Da prospezioni superficiali passive, attraverso la caratterizzazione geofisica dei materiali in termini di resistività elettrica (Fig. 1), il metodo magnetotellurico permette di ricostruire la distribuzione e la geometria delle formazioni geologiche presenti a grandi profondità, la dimensionalità (2D-3D) delle strutture, e di individuare la presenza di fluidi e/o delle litologie conduttive ecc. Attraverso la correlazione di sondaggi MT contigui, distribuiti lungo un profilo, è quindi possibile interpretare in termini geologici le variazioni della resistività riscontrate sia in profondità, che lateralmente.

Poiché la profondità che raggiungono le onde elettromagnetiche nei conduttori dipende sia dalla resistività che dalla loro frequenza, misurando l'ampiezza del campo alle diverse frequenze si ricava la resistività in funzione della profondità.

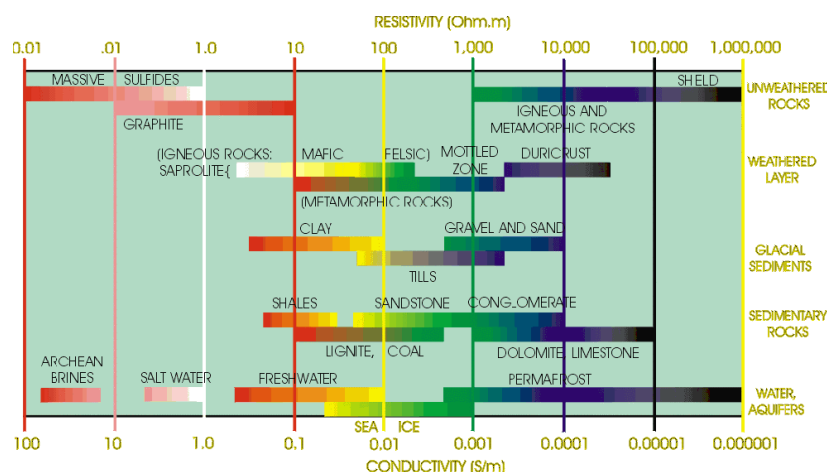


Fig. 1- Intervalli tipici dei valori di resistività delle rocce e di alcuni materiali presenti in natura

Le caratteristiche fisiche delle formazioni geologiche condizionano la propagazione dei campi elettromagnetici nel terreno: dalla misura dell'intensità e delle variazioni dei campi elettrico e magnetico sulla superficie terrestre è quindi possibile calcolare il valore di resistività elettrica che caratterizza tali formazioni. Utilizzando la sorgente e.m. naturale ci è garantita la possibilità di

poter investigare teoricamente a qualsiasi profondità nel sottosuolo, sebbene la risoluzione tenda a diminuire con l'aumento della profondità.

Il campo magnetotellurico può essere definito come la parte di campo magnetico terrestre variabile nel tempo che induce correnti elettriche nel sottosuolo. Esso contiene energia apprezzabile su un largo spettro di frequenza e di diversi ordini di grandezza superiore alle sorgenti che si possono generare artificialmente. Le fluttuazioni del campo di interesse per la magnetotellurica riguardano i periodi che vanno da 10^{-4} a 10^4 secondi. Le variazioni hanno una minima ampiezza intorno ad 1 Hz, aumentando poi alle basse e alte frequenze.

L'origine del campo e.m. è da attribuire a diversi fenomeni. Ad alte frequenze (superiori a 1 Hz) il contributo del campo e.m. deriva da sorgenti artificiali e dall'attività meteorologica, in particolare i fulmini associati ai temporali. Questi forniscono una sorprendente sorgente uniforme di energia e.m. in qualsiasi posto della Terra.

Comunque l'obiettivo della magnetotellurica è l'esplorazione profonda, pertanto sono di maggiore interesse le frequenze al di sotto di 1Hz del campo e.m. A queste basse frequenze (<1 Hz) la sorgente e.m. è data dall'interazione tra particelle emesse dal Sole e la magnetosfera terrestre.

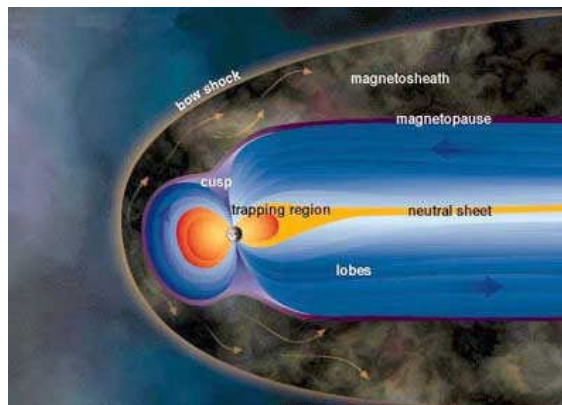


Fig. 2 - Deviazione del plasma solare in corrispondenza del c.m.t.

Un'assunzione base in MT è che la sorgente del campo e.m. sia un'onda piana ovvero i campi E e B sono costanti nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione. In accordo con le leggi dell'elettromagnetismo, un campo elettrico viene indotto nelle strutture geoelettriche da un campo magnetico variabile nel tempo. Sulla superficie della Terra si può misurare

contemporaneamente sia il campo elettrico che magnetico. Il campo magnetico agisce come campo sorgente primario, mentre il campo elettrico è un fenomeno secondario indotto dall'interazione tra il campo magnetico e la struttura geoelettrica della Terra. Il campo magnetico che penetra nel sottosuolo ha solo le componenti orizzontali H_x e H_y . Una volta che il campo sorgente interagisce con una struttura 2 o 3-D, si genera anche una componente di campo verticale, misurabile anch'essa.

Quindi la magnetotellurica si basa sulla misura simultanea delle variazioni temporali del campo elettromagnetico totale sulla superficie della Terra $E(t)$ e $H(t)$. Le proprietà elettriche del sottosuolo possono essere determinate dalla relazione che lega le componenti complesse del campo elettrico (E_x, E_y) e magnetico (H_x, H_y), ovvero la funzione di trasferimento Z :

$$E = ZH \quad (\text{eq. 1.1})$$

In accordo alle caratteristiche di propagazione delle onde elettromagnetiche nei conduttori, la profondità di penetrazione di un'onda e.m. in un mezzo dipende dalla frequenza. Quindi è la frequenza dei campi e.m. che determina la profondità di investigazione.

Il rapporto E/H ha le dimensioni fisiche di una resistenza elettrica e definisce una quantità complessa chiamata tensore Impedenza o Funzione di Trasferimento che è funzione dei parametri elettrici del sottosuolo e non dipende dalla sorgente e.m.

L'impedenza elettrica ha le dimensioni di un tensore di secondo rango (2×2) e lega le componenti del campo elettrico e magnetico ad una data frequenza (ω):

$$\begin{pmatrix} E_x(\omega) \\ E_y(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x(\omega) \\ H_y(\omega) \end{pmatrix} \quad (\text{eq. 1.2})$$

Dal modulo e fase di Z si ricavano due grandezze scalari che sono reali e dipendenti dalla frequenza, definite:

1) resistività apparente, che è la resistività media del volume di Terra investigato ad un particolare periodo;

$$\rho_{ij}(\omega) = \frac{1}{\omega \mu_0} |Z(\omega)|^2 \text{ in } (\Omega\text{m})$$

2) e l'impedenza di fase o semplicemente fase:

$$\varphi_{ij}(\omega) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(Z(\omega))}{\text{Re}(Z(\omega))}\right)$$

La *Transfer Function* dipende dalla distribuzione spaziale della conduttività elettrica del sottosuolo (dimensionalità geoelettrica) che può essere classificata, a meno di altre fenomeni di piccola scala (disomogeneità locali), come 1D, 2D e 3D.

caso 1D è il caso più semplice in cui la distribuzione di conduttività dipende solo dalla profondità ($\sigma=\sigma(z)=1/\rho(z)$). In tal caso le transfer functions sono indipendenti dalla orientazione degli assi di misura e sono funzioni solo dalla frequenza.

Il tensore MT si semplifica come un tensore con gli elementi diagonali pari a zero e con gli elementi antidiagonali uguali e opposti di segno:

$$Z_{1D}(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy}(\omega) \\ -Z_{yx}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$$

con resistività e fase rispettivamente pari a:

$$\rho_{xy}(\omega) = \rho_{yx}(\omega) = \frac{1}{\omega\mu_0} |Z(\omega)|^2 (\Omega\text{m})$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(Z(\omega))}{\text{Re}(Z(\omega))}\right)$$

$$\varphi_{xy}(\omega) = \varphi_{yx} - \pi .$$

caso 2D è il caso in cui la conduttività della Terra si può considerare costante lungo una direzione orizzontale (solitamente la x, definita come strike geoelettrico) mentre varia solo lungo la direzione verticale (z, profondità). In questo caso le equazioni Maxwell si scompongono in due modi di polarizzazione che possono essere trattati in modo indipendente. La scomposizione è valida dal momento che il campo e.m. è trattato come un'onda piana, il che significa che l'interazione tra campo E e H è sempre ortogonale e la componente orizzontale del campo magnetico tangenziale allo strike non dipende dalla componente del campo magnetico perpendicolare ad esso. In questo contesto si parla di *modo TE* quando si considera il campo

elettrico parallelo allo strike e *il modo TM* con il campo elettrico perpendicolare allo strike. Se per esempio si considera la direzione di strike parallela all'asse x (con $x=x'$ e $\vartheta=0^\circ$) allora la distribuzione di conduttività varia lungo la profondità e lungo la direzione y , $\sigma(y,z)$.

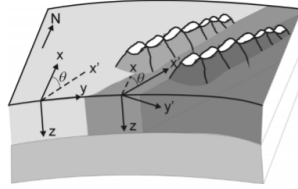


Fig. 3 - Schematizzazione del sottosuolo con una discontinuità verticale e relativa scomposizione del campo e.m.

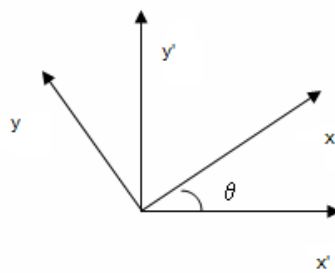
Quindi modo TE (correnti parallele allo strike) sarà xy (E_x, B_y, B_z) e modo TM, yx (correnti perpendicolari allo strike) con (E_y, B_x, B_z).

Anche in questo caso il tensore magnetotellurico si può approssimare:

$$Z_{2D}(\omega) = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy}(\omega) \\ Z_{yx}(\omega) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{TE}(\omega) \\ Z_{TM}(\omega) & 0 \end{pmatrix}$$

In cui $Z_{xy}(\omega) = Z_{TE}(\omega) = E_x/B_y$ e $Z_{yx}(\omega) = Z_{TM}(\omega) = E_y/B_x$, uguali e di segno opposto.

Se il sistema di riferimento è diverso dall'avere un asse in coincidenza con lo strike (d'altro canto le misure magnetotelluriche non sempre vengono realizzate conoscendo *a priori* lo strike geologico), per esempio con $x \neq x'$ e $\vartheta \neq 0^\circ$, è comunque possibile ruotare il sistema di riferimento di un angolo tale per cui le componenti diagonali del tensore diventano nulle e x' diventa parallel allo strike.



Nel nuovo sistema di riferimento (x', y', z) la transfer function ruotata sarà:

$$Z'(\omega) = R_\theta Z(\omega) R_\theta^T$$

dove:

$$[R_\theta] = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

è detta matrice di rotazione e T indica la sua trasposta.

caso 3D questo è il caso più generale in cui la distribuzione di conduttività nel sottosuolo è disomogenea e cambia in tutte le direzioni $\sigma(x,y,z)$. La funzione di trasferimento ha tutte le componenti non nulle e le equazioni di Maxwell non possono essere separate nei due modi TE e TM.

2. IL PROCESSING MAGNETOTELLURICO

Nonostante la Magnetotellurica risulti essere un potente strumento geofisico versatile e poco invasivo per gli studi fondamentali dell'interno della Terra (ricerca di idrocarburi, sorgenti geotermiche, studi geologico-strutturali nella crosta e studi del mantello) in quanto utilizza delle sorgenti naturali, viene però sfavorito dal non controllo stesso delle sorgenti, che rappresenta il punto più delicato dell'applicazione del metodo, soprattutto in aree fortemente urbanizzate, dove le sorgenti di tipo antropico (linee elettriche, ferrovie, etc.) rappresentano un *noise* difficilmente trattabile sia dal punto di vista matematico che statistico.

Negli ultimi vent'anni sono stati fatti innumerevoli sforzi nel tentativo di ridurre l'effetto del rumore sui dati, a partire dall'introduzione della remote reference, all'impiego di metodi robusti che attribuiscono un peso minore o eliminano completamente i dati di cattiva qualità.

Le recenti innovazioni tecnologiche nell'acquisizione dei dati magnetotelluriche consentono oggi di avere un numero di canali di acquisizione più elevato rispetto al passato e con elevati *sampling rates*. Per questo motivo vengono studiate ed applicate tecniche di analisi dati sempre più sofisticate ed avanzate capaci di trattare il carattere altamente multivariato della natura del problema.

Diversi tipi di processing sono stati recentemente adottati utilizzando sia una singola stazione di misura che la *remote reference*.

L'utilizzo della remote reference è stato introdotto da Gamble et al. (1979) e consente di eliminare il rumore non correlato nei campi magnetici misurati. Si basa sul concetto che il campo magnetico può considerarsi stabile su grandi distanze e quindi il noise locale registrato sul campo magnetico ed elettrico può essere individuato e rimosso. Tale tecnica consiste nel misurare simultaneamente i campi e.m. in più siti almeno uno considerato "quiet", ovvero privo di rumore.

I metodi robusti (Huber, 1981) consistono nell'identificare e rimuovere gli outliers per rendere le stime più robuste nel senso che le stime non sono affette appunto dagli outliers e non dipendono fortemente dalla lunghezza dei dati.

Le tecniche di processing che si basano su un modello statistico multivariato, quindi, appaiono essere, anche a seguito della più recente letteratura, le più promettenti per la soluzione delle problematiche prima accennate.

Tra queste l'algoritmo più recente, è quello introdotto da Egbert (1997), che permette di definire uno stimatore dei parametri MT, chiamato **RMEV** (Robust Multivariate Errors in the Variables), che si basa sull'analisi robusta di array di stazioni costituite da multipli canali, e che permette di esplorare in dettaglio la struttura del segnale elettromagnetico, di fornire una stima del numero di serie coerenti (d'onda piana e non) presenti nello spazio vettoriale dei dati e di ricostruire tutte le relazioni lineari che legano tra loro singoli canali con singoli canali o gruppi di canali a gruppi di canali.

Chave e Thomson (1989) hanno invece introdotto il metodo jackknife (Efron, 1982) per il calcolo delle varianze.

In particolare nell'ambito di questo progetto, in collaborazione con il gruppo di lavoro dell'Università di Barcellona, è stato testato l'utilizzo del processing di Chave e Thomson (2004) sviluppato per stimare le funzioni di trasferimento magnetotelluriche (**BIRRP**: Bounded Influence Remote Reference Processing) che hanno introdotto l'uso di un estimatore bounded influence per confrontare i campi misurati da quelli stimati e la matrice di hat per ridurre gli effetti degli outliers, confrontandolo con il RMEV di Egbert.

3. STIMA DEL TENSORE IMPEDENZA

Il punto fondamentale del processing MT consiste nella stima attraverso il tensore impedenza della resistività apparente e quindi al carattere della struttura geoelettrica della Terra. L'essenza del sondaggio MT è quindi quella di osservare Z su un ampio spettro di frequenze per determinare la conducibilità come funzione della profondità, basandosi sul fatto che le profondità raggiungibili da un campo dipendono dal suo grado di attenuazione.

La stima di Z avviene attraverso l'uso di metodi di analisi statistica, come vedremo nei prossimi paragrafi, in cui in particolare verranno mostrati diversi metodi noti in letteratura a partire dal tradizionale metodo dei minimi quadrati ai procedimenti robusti di stima dei parametri.

Da diversi anni l'Istituto di Metodologie Avanzate di Analisi Ambientale del CNR di Potenza è impegnato in collaborazione con l'Università di Bari allo studio del monitoraggio magnetotellurico in aree sismogeniche (Balasco et al. 2008, Romano et al. 2011).

Lo scopo di questa attività è trovare la curva caratteristica di resistività apparente del sito di indagine e valutarne le sue possibili variazioni in corrispondenza di attività sismica. Avendo a disposizione una lunga serie di misure e stimata una "resistività di fondo" si vuole studiare il discostamento della sua stima standard.

Il problema maggiore nel raggiungimento di tale obiettivo è rappresentato dal noise. Purtroppo trovare un sito che sia completamente libero da rumore in un territorio come quello italiano densamente antropizzato, non è semplice.

Pertanto un grosso peso nell'analisi dei nostri dati è stato dato alla stabilità della Z e all'accuratezza degli errori nella sua stima.

Tale approccio può essere utile nella previsione, in quanto variazioni di resistività sono state osservate prima di una rottura in aree di faglia (Park et al., 1993).

Per accertare inequivocabilmente che la variazione di resistività in una cert'area di interesse sia effettivamente dovuta a fenomeni di rottura, bisogna ripetere le misure per lunghi periodi di tempo e valutare che le barre di errore stimate rappresentino le vere incertezze nella sua stima (Eisel e Egbert, 2001), da qui l'importanza che la stazione funzioni in continuo.

Il metodo dei minimi quadrati, least squares (LS) (Sims et al., 1971) consiste nel minimizzare la somma quadratica delle differenze tra i campi misurati e quelli calcolati dalla transfer function, assumendo che gli errori seguano una distribuzione gaussiana. Tale metodo però non è sempre efficace poiché spesso gli errori dipendono dall'intensità del segnale e sono estremamente sensibili alla presenza di noise.

Il primo step dell'elaborazione dei dati è suddividere i dati in blocchi con un numero di elementi pari ad una potenza di 2; ad ognuno di questi sottoinsiemi di dati viene applicata la Fast Fourier Transform (FFT). Trasformando le serie temporali di acquisizioni mediante la FFT, si passa dal dominio del tempo al dominio delle frequenze. In tale dominio esiste una relazione lineare tra il campo elettrico ed il campo magnetico naturale che, in assenza di rumore esterno, si può scrivere come segue:

$$E = Z H \quad (3.1)$$

In presenza di rumore esterno, che indichiamo con r , la (3.1) diventa:

$$E = Z H + r \quad (3.2)$$

Classicamente, le stime dei parametri Z e r venivano ottenute con il metodo dei minimi quadrati, ipotizzando un andamento gaussiano dei valori misurati e supponendo che il rumore influenzasse soltanto le misure della variabile dipendente (rappresentata solitamente dal campo E). È ormai attestato che la sorgente e.m. ha grossi discostamenti da questa semplice situazione che comprendono fenomeni non-stazionari come tempeste geomagnetiche e outliers causati da errori di misura e sorgenti disomogenee del campo.

Vari studi hanno evidenziato che nell'ipotesi di rumore totalmente attribuito ad H si ha una sottostima del valore delle componenti di Z , mentre nell'ipotesi di rumore soltanto elettrico le stime delle componenti di Z subiscono una sovrastima. Per superare queste difficoltà, sono stati proposti vari metodi detti robusti, intendendo per robustezza la relativa insensibilità di queste stime al rumore ed ai valori anomali dei campi (outliers). Il procedimento è iterativo in modo che i pesi, scelti in base a delle ipotesi sul tipo di rumore, vengono immessi all'interno di un processo di minimizzazione. Quando il rumore scende al di sotto di un valore di soglia, si prende la stima finale delle componenti di Z .

Stimate le componenti del tensore impedenza, si procede al calcolo della resistività apparente e al processo di inversione delle curve di resistività apparente (in funzione della frequenza) ottenendo l'andamento della resistività effettiva in funzione della profondità.

3.1 IL METODO DEI MINIMI QUADRATI

La stima del tensore impedenza è solitamente fatta con il metodo dei minimi quadrati. Considerando:

$$\begin{cases} E_{xi} = Z_{xx} H_{xi} + Z_{xy} H_{yi} + r_{xi} \\ E_{yi} = Z_{yx} H_{xi} + Z_{yy} H_{yi} + r_{yi} \end{cases} \quad (3.3)$$

si sceglie un valore di Z tale che risulti minima la differenza tra:

$$\sum_i |E_i(\omega) - \hat{Z} H_i(\omega)|^2 \quad (3.4)$$

cioè minimizziamo:

$$\Psi = \sum_{j=1}^N (E_{xj} - Z_{xx} H_{xj} + Z_{xy} H_{yj}) (E_{xj} - Z_{xx}^* H_{xj}^* - Z_{xy}^* H_{yj}^*) \quad (3.5)$$

dove ogni componente è la trasformata di Fourier della serie e il simbolo (*) indica i complessi coniugati.

Ponendo uguale a zero le derivate di Ψ rispetto alla parte reale e immaginaria di Z_{xx} abbiamo:

$$\langle E_x H_x^* \rangle = \langle H_x H_x^* \rangle Z_{xx} + \langle H_y H_x^* \rangle Z_{xy} \quad (3.6)$$

Ponendo uguale a zero le derivate di Ψ rispetto alla parte reale e immaginaria di Z_{xy} abbiamo:

$$\langle E_x H_y^* \rangle = \langle H_x H_y^* \rangle Z_{xx} + \langle H_y H_y^* \rangle Z_{xy} \quad (3.7)$$

dove

$$\langle E_x H_x^* \rangle = \sum_{j=1}^N E_{xj} H_{xj}^* \quad (3.8)$$

è uno spettro(cross) di densità di potenza.

Le equazioni (3.6) e (3.7) servono per risolvere le incognite Z_{xx} e Z_{xy} . Simili equazioni possono essere ricavate per Z_{yx} e Z_{yy} .

Sims et al. (1971) dimostrano che ci sono almeno sei stime quadratiche medie di $\bar{Z}$ corrispondenti all'uso di ciascuna coppia di E_x , E_y , H_x , H_y per ricavare le altre due. Il maggior problema con queste stime è che esse contengono le auto potenze dei campi predetti, come per es. $\langle H_x H_x^* \rangle = |H_x|^2$ nella (3.6). Queste auto potenze sono sempre influenzate se c'è rumore antropico o strumentale che è correlato tra i canali.

Per ogni componente di Z , tali equazioni si possono riscrivere (Vozoff, 1972):

$$\langle E_x A^* \rangle = Z_{xx} \langle H_x A^* \rangle + Z_{xy} \langle H_y A^* \rangle \quad (3.9)$$

$$\langle E_x B^* \rangle = Z_{xx} \langle H_x B^* \rangle + Z_{xy} \langle H_y B^* \rangle \quad (3.10)$$

$$\langle E_y A^* \rangle = Z_{yx} \langle H_x A^* \rangle + Z_{yy} \langle H_y A^* \rangle \quad (3.11)$$

$$\langle E_y B^* \rangle = Z_{yx} \langle H_x B^* \rangle + Z_{yy} \langle H_y B^* \rangle \quad (3.12)$$

dove A^* e B^* sono i complessi coniugati di H_x , H_y , E_x e E_y e $\langle E_x A^* \rangle$ è la cross-potenza media di $E_x(\omega)$ e $A(\omega)$ data da:

$$\langle E_x A^* \rangle_{\omega=\omega_1} = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega_1 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2}} E_x(\omega) A^*(\omega) d\omega \quad (3.13)$$

Le soluzioni delle equazioni scritte sopra sono:

$$Z_{xx} = \frac{\langle E_x A^* \rangle \langle H_y B^* \rangle - \langle E_x B^* \rangle \langle H_y A^* \rangle}{\langle H_x A^* \rangle \langle H_y B^* \rangle - \langle H_x B^* \rangle \langle H_y A^* \rangle} \quad (3.14)$$

$$Z_{xy} = \frac{\langle E_x A^* \rangle \langle H_x B^* \rangle - \langle E_x B^* \rangle \langle H_x A^* \rangle}{\langle H_y A^* \rangle \langle H_x B^* \rangle - \langle H_x B^* \rangle \langle H_x A^* \rangle} \quad (3.15)$$

$$Z_{yx} = \frac{\langle E_y A^* \rangle \langle H_y B^* \rangle - \langle E_y B^* \rangle \langle H_y A^* \rangle}{\langle H_x A^* \rangle \langle H_y B^* \rangle - \langle H_x B^* \rangle \langle H_y A^* \rangle} \quad (3.16)$$

$$Z_{yy} = \frac{\langle E_y A^* \rangle \langle H_x B^* \rangle - \langle E_y B^* \rangle \langle H_x A^* \rangle}{\langle H_y A^* \rangle \langle H_x B^* \rangle - \langle H_y B^* \rangle \langle H_x A^* \rangle} \quad (3.17)$$

Vari metodi sono stati proposti per eliminare il bias nelle autopotenze dovute a rumore random (Goubau et al. 1978). Sims, Bostick e Smith (1971) hanno mostrato che, delle quattro stime stabili di Z_{ij} , due subiscono una sottostima causata dal rumore casuale su H e non vengono influenzate invece dal rumore casuale su E, mentre le altre due stime subiscono una sovrastima causata dal rumore casuale su E e non vengono invece influenzate dal rumore casuale su H.

Per percentuali di rumore casuale dello stesso ordine di grandezza su E e su H, e soprattutto in mancanza di informazioni aggiuntive (come il rapporto segnale-rumore), si può considerare una media delle varie stime di Z_{ij} come la stima migliore, e poi prendere lo scarto fra le varie stime come una misura del rumore presente. In pratica, però, questo varrebbe soltanto in condizioni molto particolari, perché l'ipotesi che i termini incrociati nelle stime delle potenze siano trascurabili può non essere valida.

In effetti, il metodo dei minimi quadrati fornisce le migliori stime statistiche delle funzioni di trasferimento soltanto nel caso in cui vengono soddisfatte tre condizioni: le componenti del rumore residuo r_x ed r_y non devono essere correlate; devono seguire una distribuzione gaussiana e devono avere la stessa varianza.

In pratica, però, accade spesso in campagna che una o tutte e tre queste condizioni vengano violate, soprattutto per quel che riguarda l'andamento gaussiano. L'entità del discostamento dall'ipotesi gaussiana dipende dall'intensità del segnale: per una data sorgente la risposta della terra sarà proporzionale alla grandezza della sorgente. I segnali più forti alle medie latitudini si hanno all'inizio di una tempesta magnetica proprio quando, però, la sorgente del campo non è uniforme. Per questo motivo l'assunzione di errore gaussiano è errata e potremmo trovare grandi deviazioni dai valori predetti con degli outliers.

Inoltre, gli errori presenti nelle diverse componenti del campo elettrico e magnetico possono essere correlati. Quando alcune o tutte queste situazioni si verificano il metodo dei minimi quadrati non può essere utilizzato o comunque esso non dà una stima corretta del tensore impedenza.

Una stima migliore la si può ottenere usando il metodo dei minimi quadrati pesato.

3.2 IL METODO DEI MINIMI QUADRATI PESATI

Un miglioramento nella stima del tensore impedenza si può avere utilizzando il metodo dei minimi quadrati pesati il quale attribuisce un peso diverso (pesato) agli errori che possono incidere sulle diverse componenti. Tale metodo si può applicare quando i termini di rumore r_x ed r_y della serie di misura non sono correlati e seguono una distribuzione gaussiana, ma gli errori hanno varianze diverse.

I termini delle equazioni (5.3) vengono divisi per le corrispondenti deviazioni standard σ_{xi} e σ_{yi} , ottenendo:

$$\begin{cases} \frac{E_{xi}}{\sigma_{xi}} = Z_{xx} \frac{H_{xi}}{\sigma_{xi}} + Z_{xy} \frac{H_{yi}}{\sigma_{xi}} + \frac{r_{xi}}{\sigma_{xi}} \\ \frac{E_{yi}}{\sigma_{yi}} = Z_{yx} \frac{H_{xi}}{\sigma_{yi}} + Z_{yy} \frac{H_{yi}}{\sigma_{yi}} + \frac{r_{yi}}{\sigma_{yi}} \end{cases} \quad (3.18)$$

Di nuovo come nel metodo precedente si deve verificare che:

$$\sum_{i=1}^N \frac{r_{\alpha}}{\sigma_{\alpha}} \cdot \frac{r_{\alpha}^*}{\sigma_{\alpha}} = \min \quad (3.19)$$

con $\alpha = x, y, z$.

Ripetendo schema del metodo dei minimi quadrati seguito nel paragrafo precedente, possiamo determinare una stima delle funzioni di trasferimento più attendibili, in quanto il metodo dei minimi quadrati con i pesi ci permette di eliminare, o perlomeno di ridurre l'effetto degli errori sistematici che hanno varianze diverse. Comunque, resta sempre il fatto che questo metodo LS e LS pesato è legato a condizioni molto restrittive, soprattutto per quel che riguarda la distribuzione dei dati, che deve essere gaussiana.

Una possibile soluzione a queste problematiche è utilizzare una norma ibrida.

Altri metodi sono stati proposti come completamento al metodo dei minimi quadrati pesati come il coherence weighted estimate (CWE) e la regression M-estimate (RME).

La RME (regression M-estimate), introdotta da Huber et al. (1981) e ulteriormente elaborata da Egbert and Booker (1986), Chave et al. (1987), Chave and Thomson (1989), può essere applicata a

tutti i dati ed è basata sull'uso di una norma L2 quando i residui sono piccoli, invece norma L1 quando i residui sono grandi.

In figura è indicato un esempio riportato da Egbert & Livelybrooks (1996) in cui vengono confrontate curve di resistività e fase stimate attraverso a) il metodo classico dei minimi quadrati e b) con il metodo RME. Si può osservare che nel secondo caso le curve sono decisamente più smooth anche se un certo margine di incertezza continua a rimanere nella banda 0.05-5Hz (dead band). Gli stessi autori riescono però a superare questo ulteriore problema utilizzando in modo combinato i due metodi.

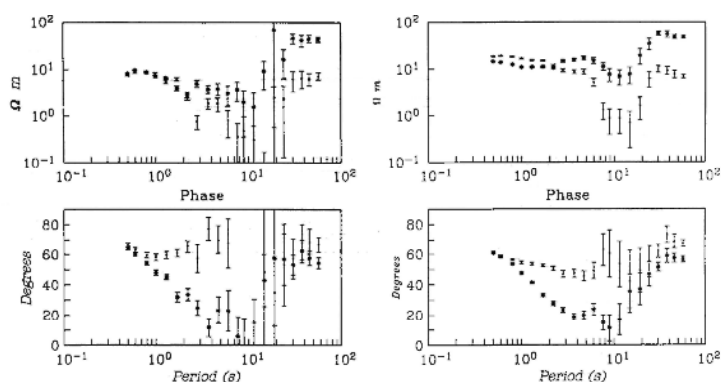


Figura - Calcolo delle curve di resistività col metodo dei minimi quadrati e b) con il metodo RME; da Egbert & Livelybrooks (1996).

In questo caso l'impedenza $Z(\omega)$ è stimata minimizzando la somma dei residui pesati al quadrato.

Sia nel metodo della CWE che del RME i pesi vengono scelti in modo appropriato per migliorare la qualità dei dati. Per esempio i pesi utilizzati da Egbert & Booker (1986) sono i cosiddetti pesi di Huber (1981), così definiti:

$$w_i = \begin{cases} 1.0 & \text{se } |r_i| \leq 1.5 \\ 1.5/|r_i| & \text{se } |r_i| > 1.5 \end{cases} \quad (3.20)$$

che verranno discussi nel seguente paragrafo.

4. METODI ROBUSTI

Alla base del metodo dei minimi quadrati, sia normale che pesato, c'è il problema di minimizzare gli errori che compaiono nella relazione (5.3) tra il campo elettrico ed il campo magnetico; quello che può accadere, però, è che ci siano dei valori che si discostano sensibilmente da un valore centrale; questi punti influenzano molto pesantemente la stima finale delle funzioni di trasferimento. In passato, questo problema veniva risolto con l'eliminazione arbitraria di dati di questo genere; negli ultimi anni è stato invece proposto un approccio di tipo statistico (Chave e Thomson, 1989).

I metodi che stimano le funzioni di trasferimento, a partire dalle serie temporali del campo e.m. naturale, vengono denominati robusti, in quanto riescono a rimuovere la contaminazione dovuta a valori anomali e ad altri spostamenti dall'andamento gaussiano.

Nell'approccio standard dei minimi quadrati, abbiamo visto che la quantità da minimizzare era una norma L2, $\alpha \cdot \alpha^*$ con $\alpha = x, y$. Nei metodi robusti, invece, si utilizza uno stimatore a norma L1, cioè viene minimizzata la quantità $|\alpha|$. Quando i residui hanno valori molto grandi il loro peso quadratico nella distribuzione è superiore al loro peso originale; invece, utilizzando la norma L1 il loro peso risulta sicuramente minore.

I dati MT hanno un andamento piuttosto gaussiano in corrispondenza del valore centrale, mentre agli estremi, anziché tendere a zero, tendono asintoticamente ad un valore costante (formano delle code), cosicché anche valori lontani dal valore centrale possono dare un contributo (di disturbo) alla stima finale. È stato introdotto (Huber, 1981) l'uso di una norma ibrida che meglio si addice a questo tipo di distribuzione degli errori e considera una norma L1 quando gli errori hanno bassi valori e L2 quando gli errori hanno valori piuttosto grandi ottenendo così i pesi di Huber introdotti nel precedente paragrafo:

$$w_i = \begin{cases} 1.0 & \text{se } |r_i| \leq 1.5 \\ 1.5 / |r_i| & \text{se } |r_i| > 1.5 \end{cases} \quad (4.1)$$

Si vede da questa relazione che i pesi di Huber sono tali da dare peso unitario ai valori che sono affetti da errori più piccoli, mentre viene dato un peso molto ridotto a quei dati che sono affetti da grandi residui, e tale peso è tanto più piccolo quanto più grande è l'errore.

Un'altra caratteristica importante del metodo robusto è che anziché utilizzare la media come migliore stima dei nostri parametri, si usa la mediana; questa scelta è sempre legata al tipo di distribuzione degli errori in MT illustrato sopra. Naturalmente, se l'andamento fosse gaussiano, non cambierebbe nulla della nostra trattazione dei dati, in quanto per un tale tipo di distribuzione la mediana coincide con la media.

4.1 IL METODO DELLA ROBUST MULTIVARIATE ERRORS IN THE VARIABLES

Il metodo della Robust Multivariate Errors in the Variables (RMEV) è ampiamente discusso in Egbert, 1997. Il RMEV consente di stimare il rumore presente nella stazione di misura, pulire la serie da outliers e determinare la dimensione coerente dell'array dei dati.

In assenza di noise coerente la dimensione coerente dei dati sarà pari a due corrispondente alle due polarizzazioni magnetotelluriche nel piano d'onda. Ci sono comunque dei siti o delle particolari frequenze in cui non si ottengono comunque buoni risultati, come per esempio aree ad alto rumore antropico e/o industriale per periodi che vanno da 1 a 10 secondi (dead band).

I moderni dati MT sono tipicamente multivariati con serie multicanali campionate in diverse stazioni spesso in presenza di noise antropico che può interferire in modo piuttosto complesso con le strutture.

I metodi statistici tradizionalmente applicati nel processing MT (metodo dei minimi quadrati, metodo dei minimi quadrati pesati) sono univariati nel senso che il rumore dell'output nei canali è trattato singolarmente. Il metodo introdotto da Egbert & Booker (1989) è al tempo stesso multivariato e robusto perché nella stima del tensore impedenza vengono utilizzati dati MT pesati.

Questo metodo è particolarmente utile quando si processano dati da due o tre stazioni, quando il rapporto segnale-rumore (S/N) è basso o è alto il rumore antropico. Con questo metodo viene stimata la dimensione coerente dell'array. In primo luogo viene stimata in ogni canale l'ampiezza del rumore incoerente (scorrelato) e gli outliers individuati vengono eliminati. In questo modo tutti i canali vengono scalati in unità adimensionali dall'ampiezza del rumore incoerente, viene così stimata la dimensione coerente M dell'array (cioè il numero di sorgenti distinte di segnale coerente o frazione di rumore che può essere risolto dall'array).

Quando non c'è rumore coerente M è uguale a 2 (corrispondente a due sorgenti d'onda piana tra loro ortogonali). In questo caso la parte coerente 2-D del segnale può essere usata per stimare l'impedenza MT e le funzioni di trasferimento direttamente tra le stazioni. Nell'approccio standard della remote reference solo una coppia di canali viene considerata nell'analisi dei dati; invece col RMEV vengono utilizzati tutti i canali per definire il segnale. Si migliora, così, notevolmente il rapporto S/N e si evidenziano meglio gli outliers. Utilizzando i dati di almeno due stazioni quando si ha evidenza di rumore coerente ($M > 2$) si separa il rumore coerente dal segnale desiderato. Definendo l'estensione e la natura del rumore avremo la possibilità di scegliere in modo accurato il sito migliore per le misure MT e il range di frequenza in cui la contaminazione del rumore è minima.

L'uso di una singola stazione può portare ad una stima non corretta della resistività apparente e della fase. Per migliorare i risultati si possono utilizzare due stazioni (metodo della remote reference) in cui il campo magnetico orizzontale registrato contemporaneamente in un secondo sito viene correlato col campo magnetico registrato nel sito locale.

Il metodo della remote reference è stato introdotto in MT da Goubau et al. (1978) sviluppato da Gamble et al. (1979). È basato sui principi classici della MT ma utilizza osservazioni aggiuntive del campo elettromagnetico in un sito che si trova a qualche distanza dalla stazione di interesse per ridurre l'influenza del rumore. La separazione necessaria tra i due siti di misura dipende dalla geologia locale, le caratteristiche del campo sorgente e dagli strumenti di misura.

Nel modello pensato da Egbert, assumendo di avere cinque canali di dati (H_x, H_y, H_z, E_x , e E_y) registrati in j stazioni di misura e che la sorgente esterna sia spazialmente uniforme, nel dominio delle frequenze, i dati vettoriali MT soddisfano:

$$X_i = \begin{pmatrix} h_{1i} \\ e_{1i} \\ - \\ \vdots \\ - \\ h_{ji} \\ e_{ji} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{11} \\ \varsigma_{11} \\ - \\ \vdots \\ - \\ \eta_{j1} \\ \varsigma_{j1} \end{pmatrix} \beta_{1i} + \begin{pmatrix} \eta_{12} \\ \varsigma_{12} \\ - \\ \vdots \\ - \\ \eta_{j2} \\ \varsigma_{j2} \end{pmatrix} \beta_{2i} + \varepsilon_i = U\beta_i + \varepsilon_i \quad (4.2)$$

dove h_{ji} ed e_{ji} sono i coefficienti di Fourier del campo elettrico e magnetico calcolati per la i -esima serie temporale di dati e per il j -esimo sito. I parametri β_{li} con $l = 1, 2$ definiscono la polarizzazione dei campi magnetici sorgente e le ε_i rappresentano tutte le sorgenti di noise considerate statisticamente indipendenti dalla sorgente naturale MT.

Le colonne di U sono dei vettori complessi K -dimensionali (K = numero dei canali di registrazione $\times$ numero di stazioni) e rappresentano il campo elettrico e magnetico calcolato in tutti i siti nel caso di sorgenti magnetiche ideali quasi-uniformi linearmente polarizzate N-S ($l = 1$) ed E-W ($l = 2$).

Una stima di U non affetta da bias può essere ottenuta risolvendo la seguente espressione agli autovalori:

$$Su = \lambda \Sigma N u \quad (4.3)$$

dove S è la matrice di densità spettrale (SDM) di dimensione $K \times K$ e ΣN è la matrice di covarianza del noise.

Il modello più semplice della matrice di covarianza del noise è dato dalla forma diagonale:

$$\Sigma N = \text{diag} (\sigma_1^2 \dots \sigma_K^2) \quad (4.4)$$

che implica che tutto il rumore è incoerente tra le stazioni e tra tutti i canali e le singole stazioni.

Il problema è molto più complicato quando il rumore è coerente tra i siti di misura e l'eq. 4.21 deve essere modificata nella seguente forma:

$$X_i = U\beta_i + V\gamma_i + \varepsilon_i = \begin{bmatrix} U & V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_i \\ \gamma_i \end{bmatrix} + \varepsilon_i = W\alpha_i + \varepsilon_i \quad (4.5)$$

dove V è una matrice $K \times N$ che rappresenta le sorgenti di noise coerente ed ε_i è il solo è il rumore incoerente. Con questo approccio trattiamo un qualsiasi rumore coerente essenzialmente come segnale e uniamo U e V in un'unica matrice $W = K \times M$ del segnale/rumore coerente con $M = N + 2$.

W è una matrice costituita dai vettori ($M=N+2$) dei segnali/rumore coerente. Con questo modello si possono stimare i livelli di rumore incoerente in ogni canale ed eliminare gli outliers

isolati. Stimando il numero di colonne della matrice W si può risalire alla “dimensione coerente” M dei dati e il numero di sorgenti $N = M - 2$ di rumore coerente.

4.2 IL METODO DELLA BOUNDED INFLUENCE REMOTE REFERENCE PROCESSING

Chave e Thomson (1989) dubitano sulla bontà dei metodi standard per il calcolo delle stime delle varianze e suggeriscono di utilizzare il metodo jackknife (Efron, 1982), metodo di ricampionamento dei dati basato nel ricalcolare più volte la grandezza statistica stimata lasciando fuori dal campione una osservazione alla volta. La loro perplessità deriva dal fatto che le assunzioni comunemente fatte riguardo il carattere statistico dei dati (distribuzione gaussiana degli errori, stazionarietà, omogeneità delle varianze, ecc.) sono spesso violate. Pertanto hanno sviluppato un algoritmo (Chave e Thomson, 2004) per stimare le funzioni di trasferimento magnetotelluriche (BIRRP: Bounded Influence Remote Reference Processing) introducendo l’uso di un estimatore bounded influence per confrontare i campi misurati da quelli stimati riducendo gli effetti degli outliers.

Si tratta comunque di un metodo robusto che ha la capacità di ridurre l’influenza degli *outliers* nei campi elettrici; spesso però i metodi robusti non sono sensitivi ai *leverage points* (punti leva) dei campi magnetici.

L’introduzione in questo algoritmo del nuovo estimatore *bounded influence* (influenza limitata), consente di limitare simultaneamente l’effetto sia degli outliers che dei leverage points e quindi di produrre delle stime di risposta magnetotellurica più affidabili rispetto ai classici approcci dei metodi robusti convenzionali.

L’estimatore bounded influence combina l’M-estimatore con la media pesata basata sulla statistica della matrice diagonale di $\hat{h}$ che è una misura standard statistica dei predittori inattesi. Anche questo caso si predilige l’uso della remote reference che può efficacemente rimuovere il noise correlato nei campi elettrici e magnetici di una stazione locale usando una stazione remote non affetta da noise.

5. CONCLUSIONI E PROSPETTIVE FUTURE

Nell’ambito dell’attività di monitoraggio già da tempo avviata nella Val d’Agri (Appennino Meridionale, Basilicata) al fine di monitorare le variazioni della risposta magnetotellurica, sono

state calcolate le stime delle variazioni temporali delle resistività apparenti per un periodo complessivo di oltre 4 anni (Romano *et al.* 2011). L'analisi effettuata ha mostrato che i dati sono influenzati dalle fluttuazioni della sorgente in un range di periodo di circa 10-100sec.

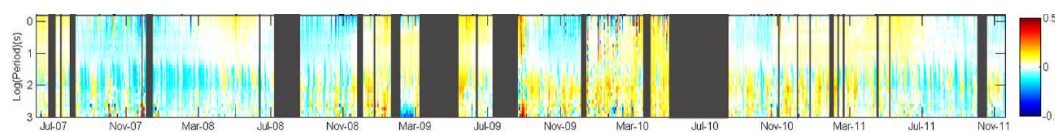


Figura – Variogramma relativo alle stime di resistività apparente (componente xy) dal periodo luglio 2007 fino a novembre 2011 registrati dalla stazione di monitoraggio magnetotellurico installata a Tramutola, Val d'Agri); i data missing sono indicati con le barre grigie; le variazioni delle stime possono essere letti dalla scala di colori a destra della figura.

La stime delle variazioni di resistività sono stata effettuate attraverso il codice di Egbert, Robust Multivariate Errors in the Variables. Chave e Thomson, 2004 hanno dimostrato che anche i metodi robusti in alcuni casi possono essere inefficaci. La relazione input-output tra campo magnetico (input, predittore) e campo elettrico (output, risposta variabile) non è lineare. I dati magnetotellurici possono essere contaminati da outliers e leverage points. Dalla forma diffusiva delle onde elettromagnetiche nei mezzi conduttivi ne consegue che le informazioni contenute in esse sono relative ad una vasta gamma di frequenze, e quindi i dati sono tipicamente trattati nel dominio della frequenza piuttosto che nel dominio del tempo, solitamente da procedure iterative ed automatizzate in cui spesso si perde il controllo “visivo” dei dati.

La sorgente dei campi e.m. naturali generata per esempio da aurore boreali (alle alte latitudini) e da tempeste magnetiche (anche alle nostre latitudini) può avere carattere impulsivo e non stazionario; essa può interferire con le linee elettriche e di comunicazione (Lanzerotti et al. 1999) e causare degli outliers; così come i transitori di commutazione dei treni in corrente continua (Egbert et al. 2000) producono campi elettromagnetici impulsivi e non fissi (ad esempio, Egbert et al. 2000), rilevabili finanche entro 100Km di distanza. Dal momento che questo tipo di sorgente è a livello del suolo, si tratta di una sorgente di campo vicino e invalida l'assunzione di onda piana nella teoria magnetotellurica.

L'interpretazione dei dati acquisiti in questi contesti può essere problematica se non si adottano delle procedure di processing affidabili e automatiche (specie quando si ha a che fare con lunghi data-set) per rimuovere i dati influenzati da questi effetti.

Infatti le dinamiche osservate nei dati acquisiti attraverso la stazione di monitoraggio magnetotellurico di Tramutola, in Val d'Agri possono essere ulteriormente investigate attraverso l'applicazione del codice BIRRP al fine di meglio interpretare le eventuali variazioni delle stime di resistività apparente misurate.

6. RINGRAZIAMENTI

Si ringraziano:

- il CNR, per la concessione del finanziamento nell'ambito del programma di "Short Term Mobility 2016" attraverso il quale l'attività di ricerca è stata svolta;
- il Departament de Geodinàmica i Geofísica – Universitat de Barcelona (Spain), per le facilities (computer, biblioteche, banche dati) messe a disposizione durante il periodo di lavoro;
- i professori Alex Marcuello e Pilar Querolt per la collaborazione fornita, per l'ospitalità, per il supporto in fase di processing ed interpretazione dei dati.

7. BIBLIOGRAFIA

- Balasco, M., Lapenna, V., Romano, G., Siniscalchi, A. & Telesca, L., 2008. A new magnetotelluric monitoring network operating in Agri Valley (Southern Italy): study of stability of apparent resistivity estimates, *Ann. Geophys.*, 51(1), 263–271.
- Chave, A.D., and D.J. Thomson (1989). Some comments on magnetotelluric response function estimation. *J. Geophys. Res.*, 94, 14215–14225.
- Chave, A.D. & Thomson, D.J., 2004. Bounded influence magnetotelluric response function estimation, *Geophys. J. Int.*, 157, 988–1006.
- Efron, B., *The Jackknife, the Bootstrap, and Other Resampling Plans*, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 198.
- Egbert, G.D., 1997. Robust multiple-station magnetotelluric data processing. *Geophys. J. Int.*, 130, 475–496.
- Egbert, G.D. & Booker, J.R., 1986. Robust estimation of geomagnetic transfer functions, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 87, 173–194.
- Egbert, G.D., Eisel, M., Boyd, O.S. & Morrison, H.F., 2000. DC trains and Pc3s: source effects in mid-latitude geomagnetic transfer functions, *Geophys. Res. Lett.*, 124, 25–28.
- Eisel, M. & Egbert, G.D., 2001. On the stability of magnetotelluric transfer function estimates and reliability of their variances, *Geophys. J. Int.*, 144, 65–82.
- Gamble, T.D., Goubau, W.M. & Clarke, J., 1979. Error analysis for remote reference magnetotellurics, *Geophysics*, 44, 959–968.
- Huber, P.J., Minimax aspects of bounded-influence regression, *J. Am. Stat. Assoc.*, 78, 66–80, 1983.

Lanzerotti, L. J., Thomson, D. J. and MacLennan, C. G. (1999) Engineering issues in space weather. In *Modern Radio Science 1999* (ed. M. A. Stuchly), pp. 35–50. Oxford: Oxford University Press.

Park S. K., Biasi G. P., Mackie R. L. and Madden T., 1991. Magnetotelluric Evidence for Crustal Suture Zones Bounding the Southern Great Valley, California. *Journal of Geophysical Research*, 96 (1), 353-376.

Romano G., Balasco, M., Lapenna V., Siniscalchi A., Telesca L., Tripaldi S., On the sensitivity of long-term magnetotelluric monitoring in Southern Italy and source-dependent robust single station transfer function variability, *Geophys. J. Int.* (2014) 197, 1425–1441.

Sims, W.E., Bostick, F.X. & Smith, H.W., 1971. The estimation of magnetotelluric impedance tensor elements from measured data, *Geophysics*, 36, 938–942.

Vozoff, K. (1972). The magnetotelluric method in the exploration of sedimentary basins. *Geophysics*, 37, 98-141.