
Short-Term Mobility 2015

Relazione scientifica

Viscosity detection by using self-sustained oscillation of a nanomechanical resonator

Attività di ricerca svolta presso

School of Engineering – The Quadrangle - University of Liverpool,
nel periodo 12 ottobre – 2 novembre 2015

Dott. Bruno Tiribilli

Istituto dei Sistemi Complessi del Consiglio
Nazionale delle Ricerche ISC-CNR

Italy



Dr. Paolo Paoletti
Lecturer in Control

School of Engineering “The Quadrangle”
The University of Liverpool

United Kingdom



INDICE

- 1. Introduzione**
- 2. Apparato sperimentale e misure**
- 3. Dinamica del “cantilever” in mezzi viscosi.**
- 4. Modello tapping/autotapping in Matlab-Simulink**
- 5. Comparazione simulazione/esperimenti**
- 6. Conclusioni e sviluppi futuri**
- 7. Riferimenti bibliografici**
- 8. Appendici**

1. Introduzione

Le vibrazioni di una microstruttura flessibile sono fortemente sensibili a diversi tipi di interazione e a diversi parametri ambientali. Lo studio di queste interazioni è alla base del funzionamento del microscopio a scansione di forza (Atomic Force Microscope) e delle sue molteplici applicazioni, inoltre è fondamentale per lo sviluppo di sensori micromeccanici (MEMS) [1]. Tra questi ultimi sono sensori in grado di misurare le proprietà reologiche dei fluidi.

L'attività di ricerca presso Università di Liverpool si focalizza su un particolare tipo di configurazione sperimentale nella quale il segnale di deflessione del cantilever è amplificato e re-iniettato come segnale di eccitazione. L'auto-oscillazione del cantilever è già stata studiata, per la sua applicazione all'imaging in microscopia a forza atomica (auto-tapping), dimostrandosi una tecnica semplice ed estremamente sensibile.[2]

Le misure sperimentali svolte precedentemente alla visita forniscono ampiezza e frequenza di oscillazione al variare della viscosità del mezzo per diversi tipo di sonda AFM. Misure ad anello chiuso ed ad anello aperto hanno lo scopo di consentire un accurato confronto con il modello teorico per la sua validazione.

Durante il breve soggiorno a Liverpool sono state svolte le seguenti attività principali:

- Analisi delle misure sperimentali (precedentemente effettuate) di frequenza di oscillazione di un cantilever per microscopia a forza atomica (AFM) in auto-oscillazione in liquido.
- Messa a punto del un modello teorico che descrive il comportamento dell'oscillatore micro-meccanico (cantilever).
- Confronto dei dati sperimentali con le simulazioni ottenute dal modello al variare della viscosità del mezzo circostante e del ritardo di fase.
- Valutazione del possibile utilizzo come microviscosimetro.
- Inoltre si sono stati individuati regimi di comportamento non lineare, previsti dal modello e parzialmente osservati nei dati sperimentali che potrebbero essere sfruttati al fine della realizzazione di un microviscosimetro.

2. Apparato sperimentale e misure

Il set-up sperimentale usato è basato su un microscopio AFM auto-costruito costituito da una meccanica progettata e realizzata internamente e gestita tramite un controller Elbotech mod. SPMagicR2.[3].

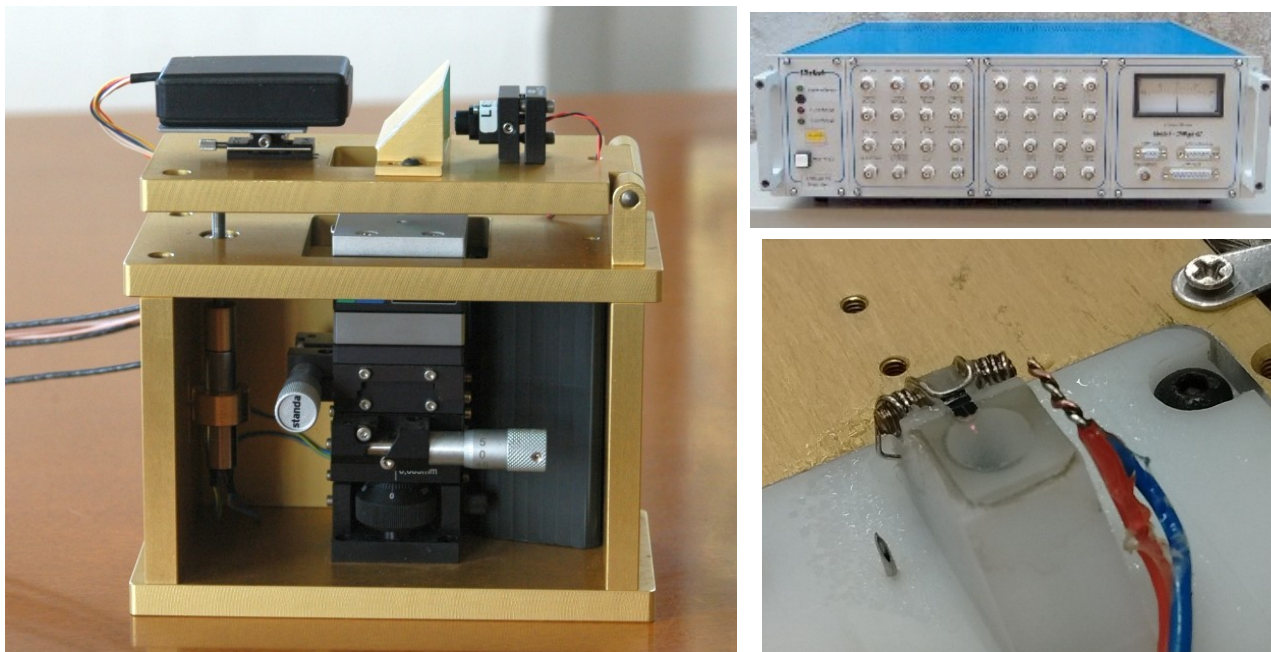


Fig 2.1 Elementi principali del set-up sperimentale: (a sinistra) microscopio AFM (a destra in alto) Elbotech Controller, (a destra in basso) supporto della sonda AFM per liquido con termocoppia.

La configurazione sperimentale del viscosimetro in “autotapping” è stata realizzata secondo lo schema di figura 2.2 ovvero: si preleva il segnale di deflessione fornito dal rivelatore a quadranti e dopo averlo opportunamente amplificato e limitato in ampiezza, lo si utilizza per pilotare il dithering piezo che eccita la levetta facendola oscillare.

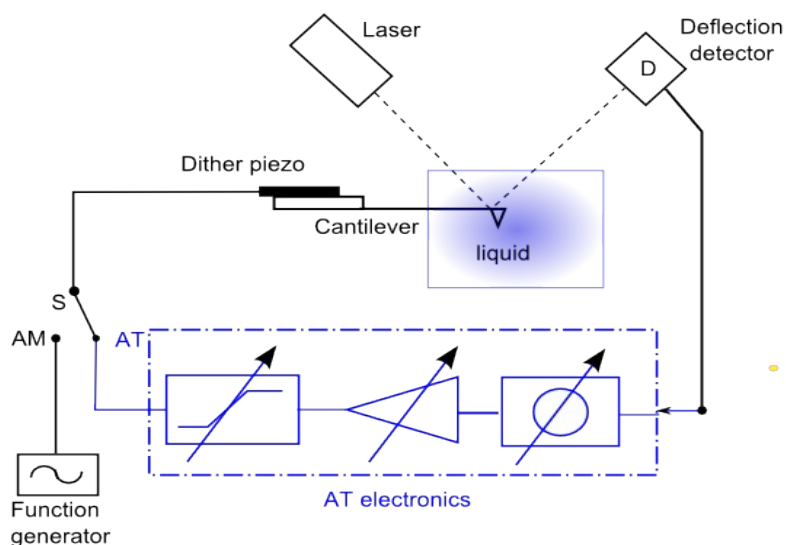


Fig 2.2 Schema della configurazione di autoeccitazione.

In open-loop la levetta può essere stimolata direttamente con un segnale sinusoidale, a frequenza variabile, fornito da un generatore di funzioni. Questa opzione è utilizzata per misurare la risposta in frequenza della levetta e dedurre la frequenza propria di risonanza in aria ed in acqua ed il fattore di qualità Q che sono le quantità necessarie per la impostazione iniziale dei parametri del modello.

Inoltre si è introdotto nel loop di auto-eccitazione un filtro “passa tutto” (schema in figura 2.3) che consente di aggiungere un ritardo di fase regolabile aggiustando il valore del potenziometro R . Ciò consente di studiare l'andamento della frequenza di oscillazione del cantilever al variare del ritardo di fase.

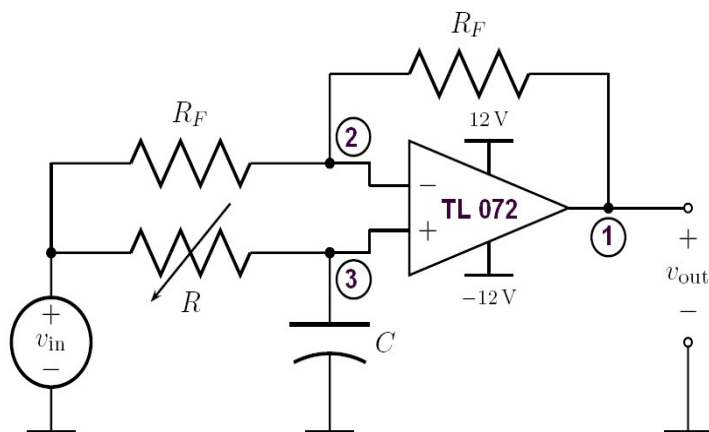


Fig. 2.3 Schema del circuito di ritardo di fase realizzato con i seguenti valori dei componenti: $R_F = 1 \text{ K}\Omega$, $0 \text{ K}\Omega < R < 10 \text{ K}\Omega$, $C = 2,2 \text{ nF}$.

Le misure sperimentali consistono nella acquisizione, tramite oscilloscopio o scheda AD/DA del controller SPMagic, dell'ampiezza e frequenza di oscillazione oppure della analisi spettrale al variare delle condizioni sperimentali. La temperatura del liquido è stata misurata con una termocoppia tipo T (rame/constantana), posizionata in prossimità del cantilever mostrato in figura 2.1.

In particolare sono stati eseguite diverse serie di misure:

- in soluzioni di acqua e glicerina (vol/vol) a diverse concentrazioni da 0% a 20%. (Tabella 2.3)
- al variare della temperatura del liquido (acqua o etanolo) nell'intervallo di temperature da circa 20°C a 40°C .
- al variare del valore del ritardo (sfasamento) introdotto tramite l'apposito circuito (fig. 2.3).
- Per ciascuna delle situazioni indicate sopra sono state effettuate prove ad anello aperto (con eccitazione esterna oppure in “thermal noise”) o ad anello chiuso (in auto eccitazione).

Sono state eseguite misure con 3 tipi di sonde AFM (Tabella 2.1, Tabella 2.2) NSG01, FMR, CSG30, tipicamente usate per il funzionamento del microscopio in diverse modalità: tapping, hard contact e soft-contact, rispettivamente.

Per quanto riguarda le misure della frequenza di auto-oscillazione in funzione della temperatura è stato notato che l'andamento della frequenza è opposto a quello atteso ovvero la frequenza di risonanza diminuisce all'aumentare della temperatura (diminuire della viscosità). Ciò si verifica sia nella situazione a loop aperto che a loop chiuso ed è

probabilmente dovuto alla curvatura della levetta [5] che si genera durante il riscaldamento per effetto “bilayer”, dovuto alla presenza di un coating riflettente in oro su un lato del cantilever. Tale effetto è decisamente prevalente sulla variazione di viscosità. Non è stato dunque possibile confrontare questa serie di misure con le previsioni del modello.

Tabella 2.1 Lista della caratteristiche meccaniche delle sonde AFM

Model	CSG30	FMR	NSG01
Manufacturer	NT-MDT	Nanosensor	NT-MDT
Material	Silicon *		Silicon *
Reflective coating	Au	Al	Au
Lenght [μm]	190	225	125
Width [μm] +/-5	30	28	30
Thickness [μm] +/- 0.5	1.0	3	2
Frequency (min) [kHz]	26	60	87
Frequency (typ) [kHz]	48	75	150
Frequency (max) [kHz]	76	100	230
Force Constant (min) [N/m]	0.13	0.5	1.45
Force Constant (tip) [N/m]	0.6	3	5.1
Force Constant (max) [N/m]	2	9.5	15.1
Quality Factor in air (measured)	50	80	365
Frequency air (measured) [kHz]	51,5	66,94	182,60

(*) Single Crystal Silicon, N-type, 0.01-0.025 Ohm-cm, Antimony doped

Tabella 2.2 Caratteristiche dei materiali delle sonde AFM

Material	Density [Kg/m ³]	Young modulus [Gpa]	Thermal expansion [10 ⁻⁶ /K]
Si	2330	179	3
Al	2700	70	22.2
Au	19300	80	14.2

Tabella 2.3 Viscosity of Water Glycerol solution at different concentrations. From: ref 8

Concentration vol/vol	Viscosity @ 25°C [Ns/m ²]	Concentration vol/vol	Viscosity @ 25°C [Ns/m ²]
0 %	0,0008927	5 %	0,0010390
1 %	0,0009196	10 %	0,0012198
2 %	0,0009477	20 %	0,0017313

3. Dinamica del cantilever in mezzi viscosi.

Per descrivere analiticamente la sua dinamica il cantilever viene assimilato ad un oscillatore armonico unidimensionale [6] e schematizzato come in figura 3.1. Ovvero costituito da una massa m_c , considerata di forma sferica (di raggio R) e attaccata all'estremità di una molla di costante elastica K . In liquido le oscillazioni della sfera sono smorzate dalla forza viscosa F_d (drag force) che agisce in verso opposto alla velocità. Nel caso classico in “tapping” l'equazione del moto è descritta da:

$$m_c \frac{d^2 y}{dt^2} + F_d + K y = F_0 e^{i\omega t} \quad (3.1)$$

dove $F_0 e^{i\omega t}$ è la forza applicata, una oscillazione sinusoidale a frequenza $\omega/2\pi$, y è lo spostamento della sfera di raggio R che si muove nel liquido (ed è anche la deflessione misurata sperimentalmente). La forza viscosa F_d può essere descritta come:

$$F_d = (m_l + m_\delta) \frac{d^2 y}{dt^2} + (c_l + c_\delta) \frac{dy}{dt} \quad (3.2)$$

dove:

$$c_l = 6\pi\eta R \quad (3.2a)$$

$$c_\delta = 6\pi\eta R^2 / \delta(\omega) \quad (3.2b)$$

$$m_l = 2/3\pi R^3 \rho \quad (3.2c)$$

$$m_\delta = 3\pi\rho R^2 \delta(\omega) \quad (3.2d)$$

$$\delta(\omega) = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho\omega}} \quad (3.2e)$$

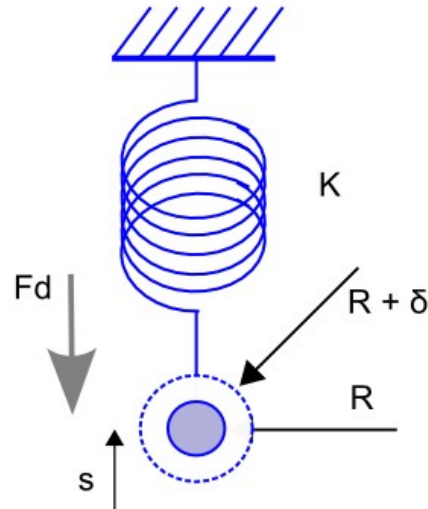


Figura 3.1 Schema del modello massa molla al quale si riferisce la descrizione analitica della dinamica del cantilever in liquido.

La quantità δ rappresenta lo spessore del sottile strato di liquido che avvolge la sfera e che si sposta con essa. Alla distanza δ la velocità del fluido è 1/e la velocità della sfera.

In modalità autotapping la forza esterna è sostituita dal segnale di auto-eccitazione ottenuto a partire dalla deflessione.

$$F_{auto} = sat[K_f y(t - \tau)] \quad (3.3)$$

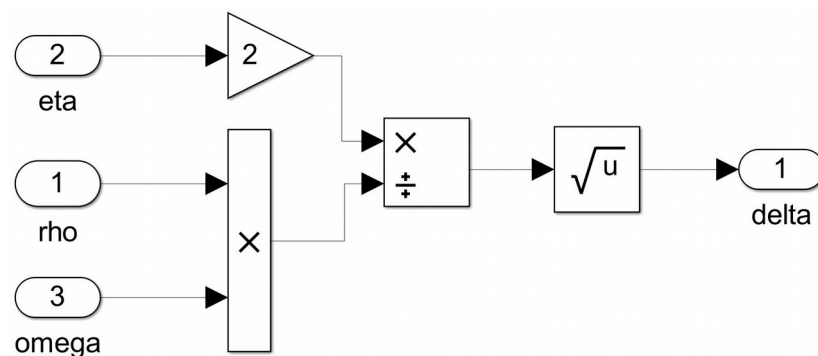
dove $sat[]$ indica una saturazione tra due soglie $\pm s$ scelte dall'utente e τ è il ritardo dell'anello di retroazione.

4. Modello Matlab-Simulink

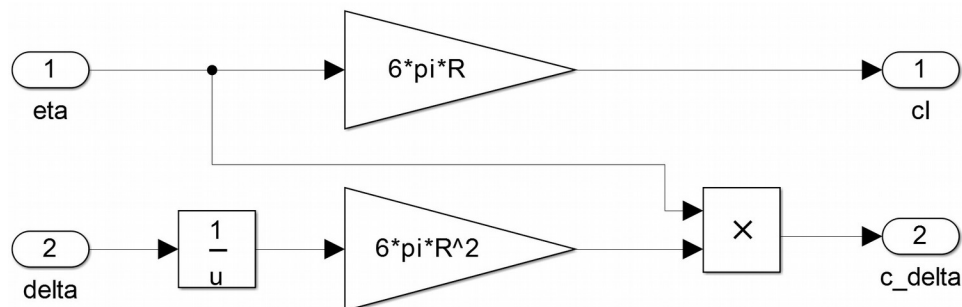
Per la modellazione, simulazione e analisi del sistema in esame è stato utilizzato il software Simulink®, integrato con MATLAB® [7]. Utilizzando la sua interfaccia grafica a blocchi funzionali è stato costruito lo schema del modello che simula il comportamento del cantilever. Lo schema completo del modello è riportato in appendice A.

I blocchi funzionali principali che lo costituiscono sono:

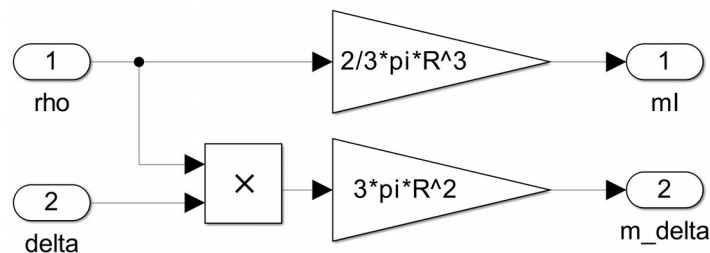
- **Modello dinamico dei un oscillatore armonico.** Che implementa la equazione 3.1 tramite lo schema con due integratori nella zona centrale dello schema in appendice A.
- **Calcolo della lunghezza δ .** Come in equazione 3.2e secondo lo schema



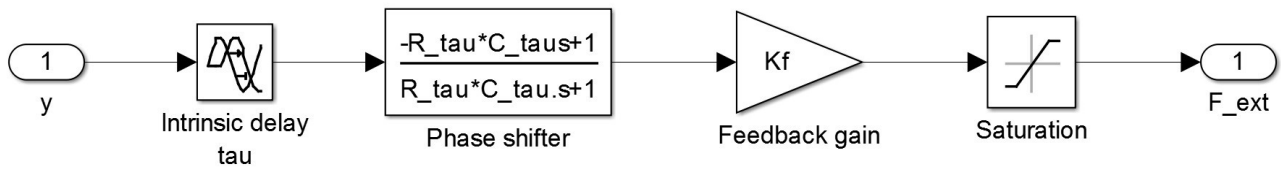
- **Calcolo dei coefficienti c_l e c_δ** Come nelle equazioni 3.2a e 3.2b secondo lo schema



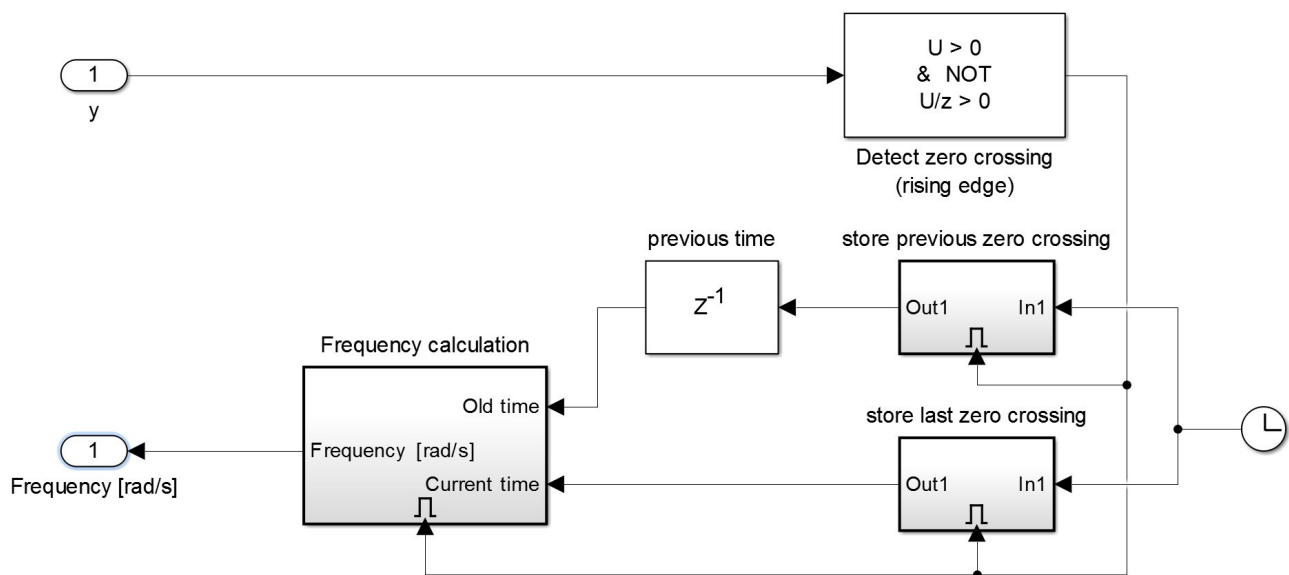
- **Calcolo dei coefficienti m_l e m_δ** Come nelle equazioni 3.2c e 3.2d secondo lo schema



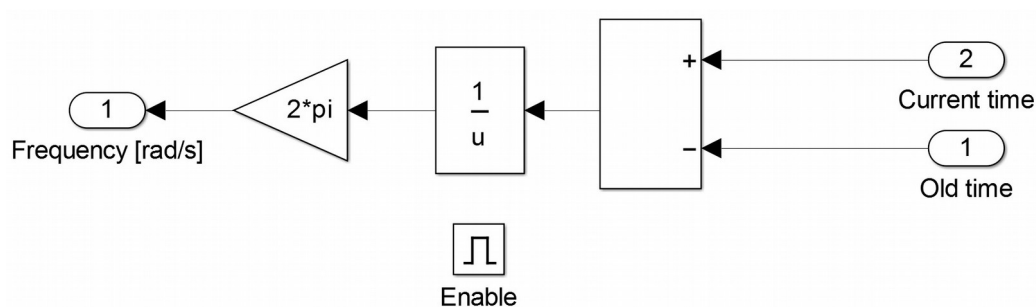
- **Circuito di auto eccitazione.** Come in equazione 3.3 secondo lo schema seguente e dove il blocco centrale rappresenta il circuito di ritardo (phase shifter) di figura 2.3.



- **Frequenzimetro.** Per ottenere la frequenza istantanea di oscillazione del cantilever si rilevano due passaggi successivi dallo zero con pendenza positiva e si ricava la frequenza come l'inverso dell'intervallo di tempo tra i due attraversamenti.



Ed in particolare il blocco “Frequency Calculation” è stato realizzato come illustrato di seguito:



5. Comparazione simulazione/esperimenti

I parametri del modello vengono ottenuti da uno script che esegue un fitting sulla base di alcune delle caratteristiche della levetta misurate sperimentalmente:

- $f_{0 \text{ air}}$ = frequenza di risonanza in aria
- Q_{air} = fattore di qualità in aria
- $f_{0 \text{ water}}$ = frequenza di risonanza in acqua
- Q_{water} = fattore di qualità in acqua

In particolare la funzione “errRandM” (riportata sotto) calcola un vettore le cui componenti sono le differenze tra i valori sperimentali e quelli stimati di frequenza di risonanza in acqua e fattore Q in acqua, rispettivamente.

Un algoritmo genetico, disponibile in Matlab, viene quindi utilizzato per trovare i valori di (m_c , k , R) per i quali la norma di tale vettore e' minimizzata. Il codice che implementa tale procedura di fit e' riportato in seguito.

```
% function to fit Q and wR in water
% Outputs: - R_exp = best value for R
%          - m_exp = best value for m_c
function [R_exp, m_exp, k_exp, err] = findRandMfromExp(rho,eta,w0,wR,Q)
    al = (w0^2-wR^2)/(wR^2);
    options = gaoptimset('PopulationSize',2000);
    [param_opt,err] = ga(@(param)errRandM(param,rho,eta,al,wR,Q),2,[],[],[],[],
[1e-6 0.5/(w0^2)], [150e-6 9.5/(w0^2)],[],options);
    R_exp = param_opt(1);
    m_exp = param_opt(2);
    k_exp = w0^2*m_exp;
end

function [res_out] = errRandM(param,rho,eta,alpha,wR,Q)
    R_test = param(1);
    m_test = param(2);
    delta = sqrt(2*eta/(rho*wR));
    mI = 2/3*pi*rho*R_test^3;
    m_delta= 3*pi*R_test^2*rho*delta;
    cI = 6*pi*eta*R_test;
    c_delta = 6*pi*eta*R_test^2/delta;
    gamma = (cI+c_delta)/(m_test+mI+m_delta);
    wn = sqrt(wR^2+gamma^2/2);
    res(1) = (mI+m_delta)/m_test-
alpha+(9*pi^2*R_test^2*(R_test+delta)*(3*R_test+2*delta)*rho^2*delta^2)/
(2*m_test*(2*m_test+2*mI+3/2*m_delta));
    res(2) = 11*(wn/gamma-Q)/Q;
    res_out = norm(res);
end
```

Una volta ottenuti i valori ottimali di (m_c , k , R), lo schema Simulink descritto in sezione 4 viene utilizzato per predire come la frequenza di oscillazione varia al variare della viscosita' (tapping e autotapping) e del ritardo (autotapping). Lo script utilizzato per lanciare le simulazioni e' riportato in appendice B.

Inizialmente si è confrontato l'andamento della frequenza di risonanza in funzione della viscosità previsto dal modello con i risultati sperimentali. Un esempio è riportato in figura 5.1 per la sonda CSG30. Si osserva un buon accordo che mostra anche una buona sensibilità alle variazioni di viscosità nell'intervallo di concentrazioni di glicerolo in acqua tra 0% e 10%. Anche nel confronto tra modello ed esperimenti nel caso di autotapping l'accordo è ottimo come mostrato in figura 5.2 per il cantilever FMR. Tuttavia in questo caso si nota che la variazione di frequenza è trascurabile anche per significative variazioni di viscosità.

Una ulteriore conferma della validità del modello si ottiene analizzando le variazioni di frequenza di auto-oscillazione al variare del ritardo di fase introdotto appositamente tramite il circuito descritto in precedenza. Anche in questo caso il modello predice correttamente i risultati sperimentali in un ampio intervallo di parametri, come si nota in figura 5.3 per la levetta NSG01.

Infine il modello così validato viene utilizzato per predire il comportamento del sistema in una regione di parametri non ancora esplorata sperimentalmente. Un effetto di particolare rilievo è la presenza di un salto in frequenza come riportato in figura 5.4 per la levetta FMR. Questa zona ripida della curva di risposta potrebbe essere sfruttata per ottenere una maggiore sensibilità a piccole variazioni di viscosità.

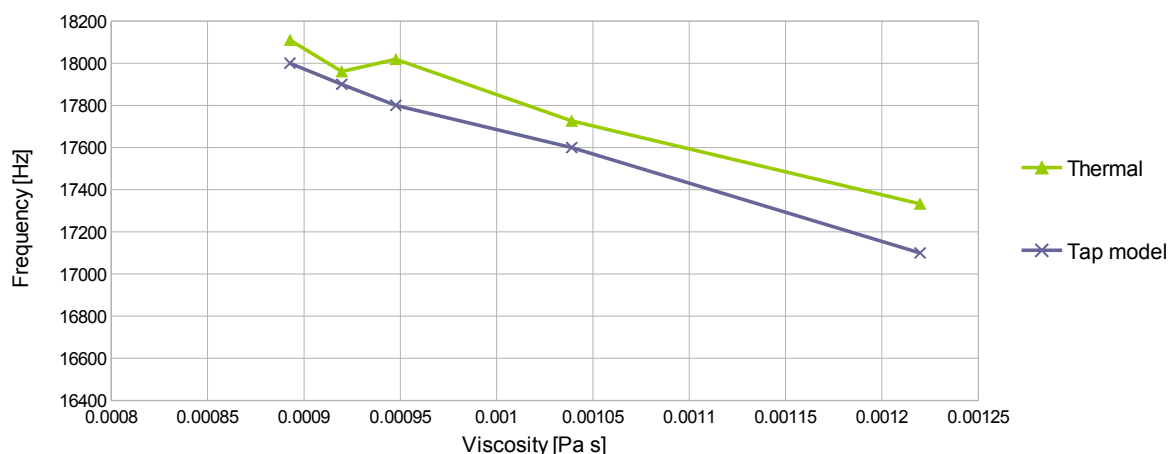


Fig. 5.1 Confronto dell'andamento frequenza-viscosità in "tapping mode" per CSG30

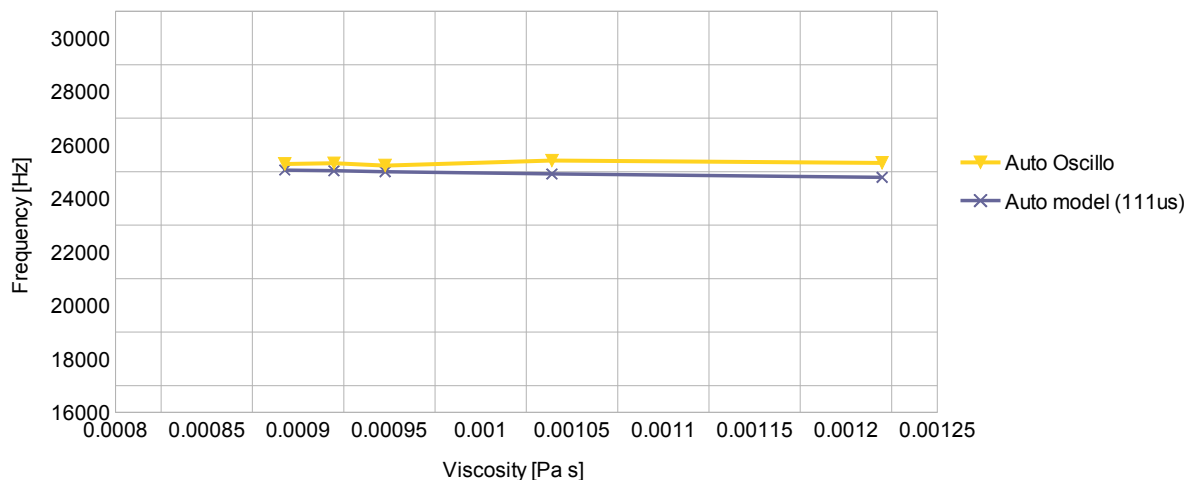


Fig. 5.2 Confronto dell'andamento frequenza-viscosità in "auto-tapping" per FMR

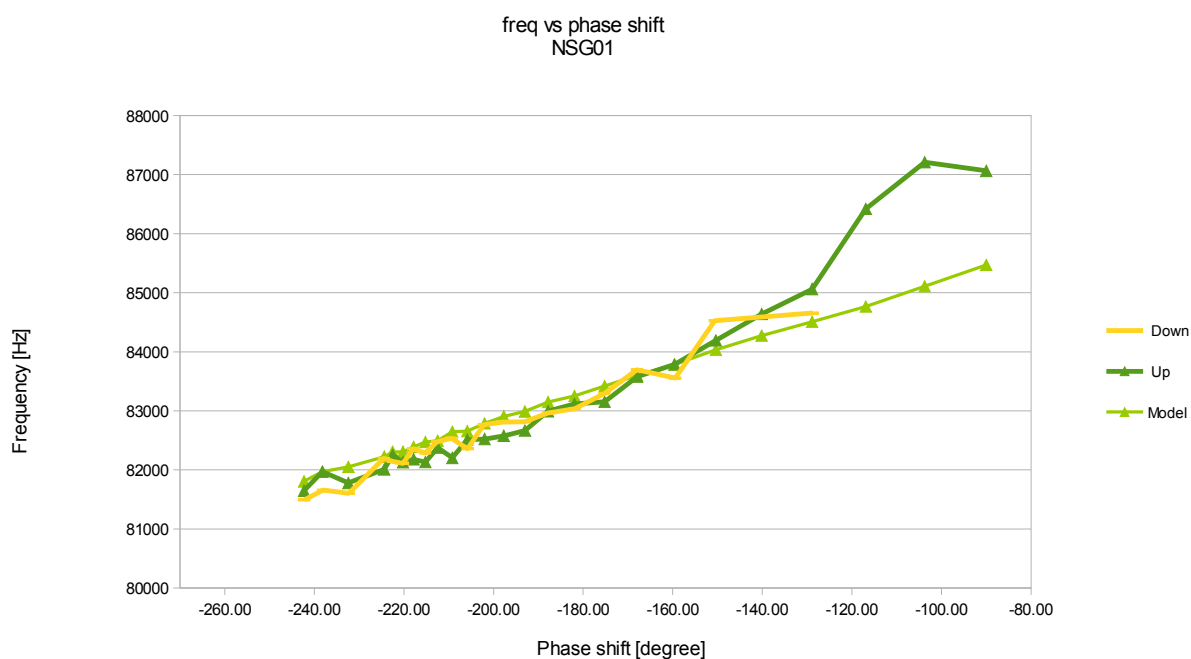


Fig. 5.3 Confronto dell'andamento in frequenza al variare del ritardo di fase per NSG01

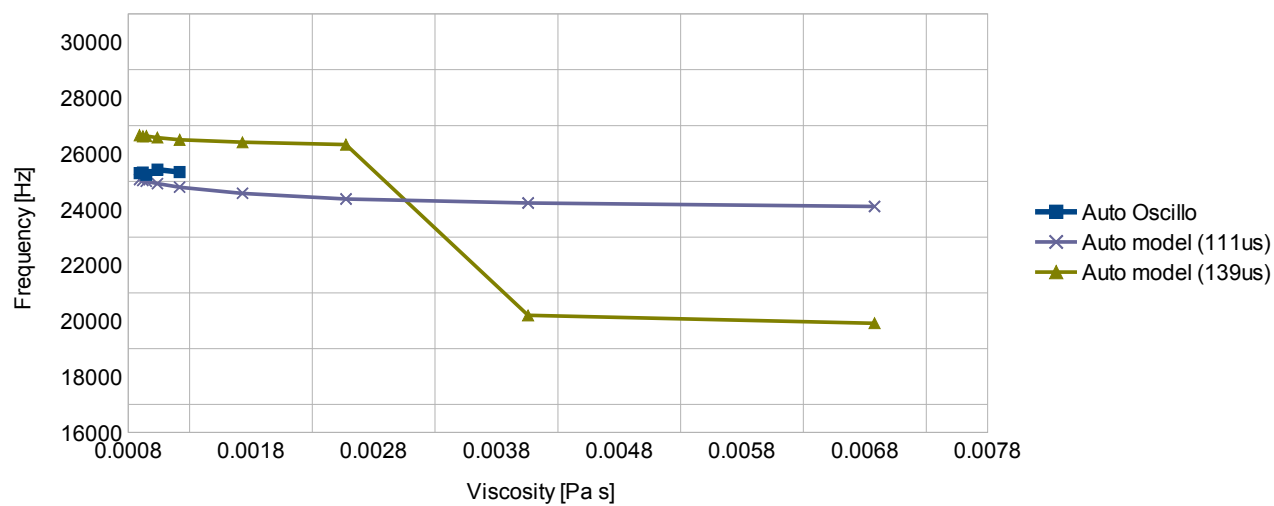


Fig. 5.4 Estrapolazione dell'andamento in frequenza al variare della viscosità per FMR

6. Conclusioni e sviluppi futuri

L'attività svolta presso l'Università di Liverpool ha consentito di mettere a punto un modello in grado di simulare il comportamento in frequenza di un cantilever per microscopia AFM in auto-oscillazione in liquido. La successiva tabella 5.1 riassume i risultati ottenuti dal confronto tra le misure sui tre tipi di levette considerati e le previsioni del modello.

Per il cantilever NSG01 in modalità tapping si trova un buon accordo tranne per due misure dove la levetta oscilla a frequenze decisamente molto più alte, probabilmente per la presenza di una risonanza secondaria.

E' possibile limitare questa problematica inserendo un filtro passa basso a frequenza opportuna, nel nostro caso 100kHz. Infatti in autotapping si ottiene un ottimo accordo tra esperimenti e modello, sia qualitativo che quantitativo.

Anche per le prove in funzione del phase-shift si ottiene un buon accordo.

Per il cantilever FMR il modello Simulink riesce a riprodurre bene il comportamento in modalità autotapping. Evidenziando che al variare della viscosità la variazione di frequenza è molto ridotta. Invece per le prove in modalità tapping l'accordo è debole, probabilmente per la presenza di una risonanza spuria a frequenza poco distante dalla risonanza propria in acqua. Anche l'andamento delle prove in funzione del ritardo di fase presenta un salto tra due frequenze del quale il modello non riesce a rendere conto. Il modello prevede anche un salto di frequenza che risulta al di fuori della regione esplorata negli esperimenti attuali. Ulteriori future misure potrebbero essere dedicate a verificare questa interessante caratteristica prevista dal modello.

Per il cantilever CSG30 le previsioni del modello sono in ottimo accordo con i dati sperimentali in entrambe le modalità (tapping e autotapping). Questo anche grazie alle misure dello spettro termico che permettono di evitare la presenza di picchi spuri nella misura della risposta in frequenza.

Al momento il confronto al variare del ritardo di fase non è stato possibile per la mancanza dei dati sperimentali. Le misure richieste saranno effettuate nel proseguimento del progetto di ricerca.

Tab. 5.1 Confronto simulazione/esperimenti			
	NSG01	FMR	CSG30
Tapping	√	X	√
Autotapping	√	√	√
Phase shift	√	X	NA

Complessivamente il modello Simulink del cantilever in autotapping in liquido risulta validato e bene in accordo con un'ampia parte dei dati sperimentali finora ottenuti anche per diverse levette e un ampio intervallo di parametri sperimentali.

In autotapping la variazione di frequenza associata al cambiamento di viscosità risulta piccola sia negli esperimenti che nel modello e quindi poco adatta per essere sfruttata in un viscosimetro sensibile. D'altra parte essa risulta un possibile vantaggio per imaging in liquido. Inoltre il modello prevede una regione dei parametri nella quale il comportamento è fortemente non lineare e la sensibilità elevata. Tale regione dipende sia dal ritardo di fase che dalla viscosità e al momento risulta al di fuori dell'intervallo di dati sperimentali a disposizione. Si ritiene molto interessante un futuro approfondimento di questo aspetto che potrebbe portare alla progettazione di uno strumento nel quale la regione di sensibilità elevata è scelta dall'utilizzatore regolando opportunamente il ritardo di fase.

Riferimenti bibliografici

1.

Lavrik, Nickolay V., Michael J. Sepaniak, and Panos G. Datskos. "Cantilever transducers as a platform for chemical and biological sensors." *Review of scientific instruments* 75, no. 7 (2004): 2229-2253.

2.

B Torre, M Basso, B Tiribilli, P Paoletti, M Vassalli
Disclosing and overcoming the trade-off between noise and scanning speed in atomic force microscopy. *Nanotechnology* 24 (32), 325104

3.

<http://www.spmagic.com/>

4.

Massimiliano Papi, Giuseppe Arcovito, Marco De Spirito, Massimo Vassalli, and Bruno Tiribilli. "Fluid viscosity determination by means of uncalibrated atomic force microscopy cantilevers." *Applied physics letters* 88, no. 19 (2006): 194102-194102.

5.

Alberto Ballestra, Aurelio Somà, and Renato Pavanello. "Experimental-numerical comparison of the cantilever MEMS frequency shift in presence of a residual stress gradient." *Sensors* 8, no. 2 (2008): 767-783.

6.

Massimiliano Papi, Giuseppe Maulucci, Giuseppe Arcovito, Paolo Paoletti,, Massimo Vassalli, and Marco De Spirito. "Detection of microviscosity by using uncalibrated atomic force microscopy cantilevers." *Applied physics letters* 93, no. 12 (2008): 124102-124102.

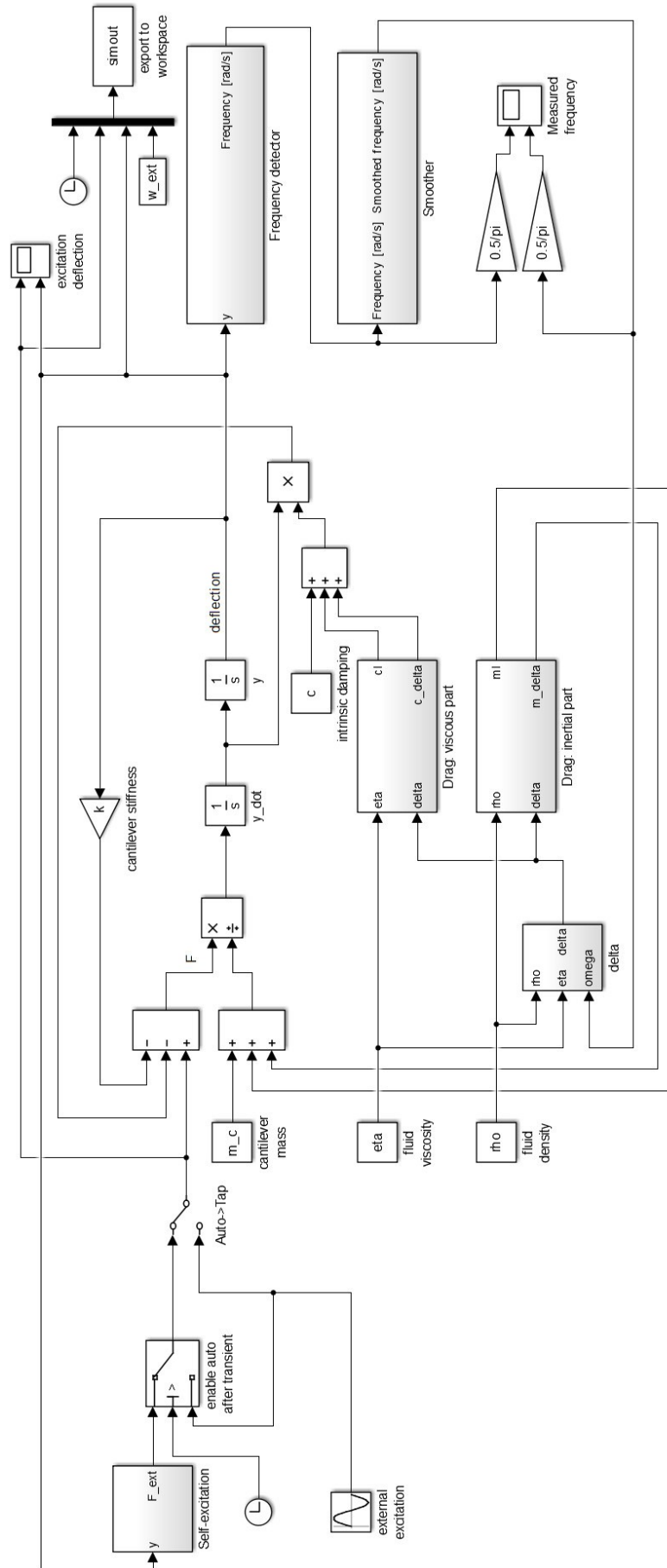
7.

mathworks.com MATLAB® The MathWorks Boston, MA, USA

8.

Cheng, Nian-Sheng. "Formula for the viscosity of a glycerol-water mixture." *Industrial & engineering chemistry research* 47.9 (2008): 3285-3288.
http://www.met.reading.ac.uk/~sws04cdw/viscosity_calc.html

Appendice A Schema Simulink del modello completo.



Appendice B Script Matlab per il lancio della simulazione.

```
% cantilever_model driver for microcantilever
% Program name: Complete driver
% P.Paoletti and B.Tiribilli
% October 2015

% cantilever data
T = 3e-6; % nominal dimensions
W = 28e-6;
L = 225e-6;
rho_c = 2330;
E_c = 179e9;

f0 = 66.94e3; % resonance in air - from frequency sweep - 02/10/2015
Q = 80;

fw = 25.145e3; % resonance in water (WG00) - from frequency sweep - 06/10/2015
Qw = 38.18;

% fluid properties -
% http://www.met.reading.ac.uk/~sws04cdw/viscosity\_calc.html @25C
c_vect = [0 1 2 5 10 20 30 40 50];
eta_vect = [0.00089274 0.00091965 0.00094768 0.0010390 0.0012198 0.0017313
0.0025748 0.0040577 0.0068792];
rho_vect = [996.85 1000.2 1003.5 1013.3 1029.4 1060.2 1089.6 1117.5 1144.2];
rho = rho_vect(1); % Fluid density
eta = eta_vect(1); % Fluid dynamic viscosity

% ethanol
% rho = 789;
% eta = 1.1e-3;

% equivalent cantilever sphere parameters - from fit
R = 4.7527e-05;
m_c = 5.0704e-11;
k = 8.9696;

c = (f0*2*pi)/Q*m_c;%xi*(f0*2*pi)*m_c; % Intrinsic damping coefficient

% self-excitation parameters
Kf=10*1.5; % self-excitation gain
s = 1; % Saturation value of force [N]
tau=6.7046e-05; % Delay [s]

% external excitation parameters
A_ext = 1;
w_ext = fw*2*pi;

% frequency detector
init_w = f0*2*pi; % initial value for frequency detector
n_ave = 40; % number of averages
dt = 1e-7; % sample time

% frequency response in tapping
```

```

f_sweep = [20e3:2e1:30e3]; % frequency range for spectrum in tapping
A_sweep = NaN*ones(size(f_sweep));
delta = NaN*ones(size(f_sweep));
mI = NaN*ones(size(f_sweep));
m_delta = NaN*ones(size(f_sweep));
cI = NaN*ones(size(f_sweep));
c_delta = NaN*ones(size(f_sweep));
for i=1:length(f_sweep) % simulate Simulink scheme at various frequencies
    % set frequency
    w_ext = f_sweep(i)*2*pi;
    init_w = w_ext;
    % viscous force terms
    delta(i) = sqrt(2*eta/(rho*w_ext));
    mI(i) = 2/3*pi*R^3*rho;
    m_delta(i) = 3*pi*R^2*rho*delta(i);
    cI(i) = 6*pi*eta*R;
    c_delta(i) = 6*pi*eta*R^2/delta(i);
    % simulate
    fprintf(1,'Analysing f_sweep = %f...\n',[f_sweep(i)]);
    sim('CompleteModel.slx',2*pi/w_ext*100);
    A_sweep(i) = max(simout(5000:end,3)); % record amplitude
end
figure % plot frequency response predicted by the model
plot(f_sweep,A_sweep);
[value, ind]=max(A_sweep);
fr = f_sweep(ind)

% Simulate autotapping scheme
sim('CompleteModel.slx',0.01);
f_auto = mean(f_comp(end-1e3:end,2))/(2*pi) % autotapping oscillation frequency

% resistance sweep in autotapping
R_sweep = [0:0.5:9.6]*1e3;
C_tau = 2.2e-9;
fauto_sweep = NaN*ones(size(R_sweep));
for i=1:length(R_sweep) % simulate for different values of R_tau
    % set delay
    w_ext = fw*2*pi;
    init_w = w_ext;
    R_tau = R_sweep(i);
    % simulate
    fprintf(1,'Analysing R_sweep = %f...',R_tau);
    sim('CompleteModelRC.slx',0.01);
    fauto_sweep(i) = mean(f_comp(end-1e3:end,2))/(2*pi); % record frequency
    fprintf(1,'f = %f...\n',fauto_sweep(i));
end
figure % plot frequency as a function of phase shift
plot(-2*atan(2*pi*fauto_sweep.*R_sweep.*C_tau)*180/pi,fauto_sweep);

% equivalent harmonic oscillator at resonance
% useful for approximate analytical analysis
R_tau = 2100;
C_tau = 2.2e-9;
delta = sqrt(2*eta/(rho*2*pi*fw));
mI = 2/3*pi*R^3*rho;

```

```

m_delta = 3*pi*R^2*rho*delta;
cI = 6*pi*eta*R;
c_delta = 6*pi*eta*R^2/delta;
Lw = tf([1],[(m_c+mI+m_delta) (c+cI+c_delta) k]);
PS = tf([-R_tau*C_tau 1],[R_tau*C_tau 1]);
Lw.ioDelay = tau;
nyquist(Lw*PS);
sim('CompleteModelRC.slx',0.01);
mean(f_comp(end-1e3:end,2))/(2*pi)

```