

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE



ISTITUTO METODOLOGIE INORGANICHE E DEI PLASMI

Sezione di Potenza

Relazione sull'attività di ricerca condotta nell'ambito del programma
SHORT-TERM MOBILITY

STUDIO E APPLICAZIONE DI TECNICHE INTERFEROMETRICHE INNOVATIVE

Assegnista:

Ing. Daniela SPERA

Responsabile:

DIRETTORE Dott. Mario Antonio CACCIATORE

MtCacciatore

Indice

1	Introduzione: obiettivi del lavoro	1
2	Principi di interferometria	3
2.1	La natura della luce	3
2.2	Interferenza	4
2.2.1	L'esperimento della doppia fenditura di Young	4
2.2.2	Distribuzione di intensità nella figura di interferenza della doppia fenditura	9
2.3	Interferometro di Michelson	12
3	Sistema interferometrico per la taratura dei blocchetti piano-paralleli	16
4	Metodi per la misurazione della fase	22
4.1	La tecnica del <i>Phase shifting</i>	23
4.1.1	<i>Three-frame technique</i>	26
4.1.2	<i>Carrè technique</i>	27
4.1.3	<i>Four-frame technique</i>	28
4.1.4	<i>Five-frame technique</i>	29
4.1.5	<i>Scanning phase shift technique</i>	30
4.2	<i>Fourier Transform Method</i>	32
5	Sistema interferometrico a variazione di fase	35
5.1	Attuatore piezoelettrico	36
5.2	Applicazione <i>Phase-Shifting</i>	38
6	Risultati e Discussione	41
6.1	<i>Phase-Shifting Technique</i>	46
7	Conclusioni	50

Elenco delle figure

1	<i>Esperimento di Young</i>	5
2	<i>Sovrapposizione di due onde luminose</i>	6
3	<i>Schema dell'esperimento di Young</i>	7
4	<i>Interferenza della doppia fenditura</i>	8
5	<i>Calcolo ampiezza per fasci coerenti</i>	10
6	<i>Schema di funzionamento dell'Interferometro di Michelson</i>	13
7	<i>Rappresentazione dell'intensità luminosa</i>	15
8	<i>Serie di blocchetti</i>	16
9	<i>Blocchetto e piano di riferimento</i>	17
10	<i>Foto del set-up utilizzato</i>	18
11	<i>Esempio di figura di interferenza tra due fasci</i>	19
12	<i>Modelli di frange: (a) ideale - (b) reale</i>	19
13	<i>Tecnica di correzione della fase ricavata dall'algoritmo Scanning phase shift</i>	31
14	<i>Fourier Transform Method</i>	33
15	<i>Interferometro a variazione di fase</i>	35
16	<i>Attuatore piezoelettrico</i>	37
17	<i>Esempio di figura interferenza generata sul blocchetto</i>	39
18	<i>Esempio di costruzione della mappa di fase</i>	39
19	<i>Esempio di studio della geometria del blocchetto</i>	40
20	<i>Acquisizione interferogramma reale</i>	42
21	<i>Calcolo della frazione di frangia</i>	43
22	<i>Aumento del contrasto della figura di interferenza</i>	44
23	<i>Figura di interferenza binarizzata relativa al blocchetto</i>	45
24	<i>Figura di interferenza filtrata relativa al blocchetto</i>	45
25	<i>Andamento dell'intensità in corrispondenza della sezione centrale del blocchetto</i>	46
26	<i>Four-frame technique</i>	47
27	<i>Mappe di fase: (1) Three-frame; (2) Four-frame; (3) Five-frame ; (4) Scanning phase shift</i>	48

1 Introduzione: obiettivi del lavoro

L'attività di ricerca descritta rientra all'interno del programma *Short-term mobility* per la promozione della collaborazione internazionale tra CNR ed istituti stranieri attraverso la mobilità di breve durata di studiosi e ricercatori italiani e stranieri.

In particolare, il lavoro proposto è stato realizzato presso il *Department of Mechanical Engineering* della Lehigh University, sita in Bethlehem, Pennsylvania (USA). Il responsabile del programma di ricerca è il Prof. Arkady S. Voloshin, la cui attività è da tempo incentrata sullo studio e sull'applicazione di moderne tecniche ottiche, con particolare attenzione a quelle interferometriche, in numerosi ambiti che spaziano dalla meccanica classica del continuo al campo biomedicale.

La finalità dell'attività di ricerca realizzata presso l'ente straniero ospitante è quella di effettuare studi di perfezionamento di tecniche ottiche interferometriche. L'apprendimento di questi metodi ottici sono sicuramente di interesse per l'Unità di Potenza dell'Istituto di Metodologie Inorganiche e dei Plasmi (IMIP) del CNR, che si avvale di diagnostiche spettroscopiche ottiche per lo studio della natura e delle proprietà delle specie prodotte nell'interazione radiazione-materia (ablazione laser).

Le tecniche interferometriche potrebbero infatti costituire validi e innovativi strumenti di investigazione del processo di ablazione. Esse consentono di ricavare con elevata accuratezza la densità elettronica della plume e sono particolarmente indicate per l'analisi dei primi istanti di espansione del plasma, altrimenti difficilmente accessibili tramite la sola spettroscopia ottica di emissione.

Il periodo di ricerca svolto presso l'istituto ospitante ha avuto come obiettivo principale l'apprendimento e lo sviluppo del set-up dell'interferometro di *Michelson* (nella configurazione di *Twyman-Green*). In particolare lo studio di tale metodologia ottica è stata applicata nel processo di taratura dei blocchetti piano-paralleli.

La taratura è una tipologia di caratterizzazione metrologica che ha come scopo la definizione delle caratteristiche di uno strumento di misura. Questo avviene tramite un confronto di misure con uno strumento di riferimento, definito campione.

Nell'ambito delle misurazioni di lunghezze, come campione può essere utilizzato un blocchetto Piano-Parallelo; esso è un parallelepipedo realizzato con diverse classi di precisione e diversi materiali aventi differenti proprietà. I blocchetti possono essere impiegati come strumenti di riferimento, per controllare la precisione di misura di

altri strumenti (utilizzazione come campione). Tra le procedure di taratura dei blocchetti piano-paralleli, si colloca l'interferometria, tecnica di elevata di precisione che non richiede alcun contatto con l'oggetto per il rilevamento della misura. E' sostanzialmente in questo ambito che si colloca l'attività sperimentale svolta.

2 Principi di interferometria

In questa sezione sono stati rapidamente descritti gli elementi di ottica che sono alla base dell'attività sperimentale condotta. E' stata inizialmente aperta una breve parentesi sulla natura della luce e sulla possibilità di fornirne una definizione corretta. La doppia natura, corpuscolare ed ondulatoria, permette un'analisi dei fenomeni ottici da un punto di vista geometrico, o prendendo in esame esclusivamente il suo carattere ondulatorio. E' quest'ultima proprietà della luce a consentire uno studio del fenomeno di interferenza, la cui origine risiede nella sovrapposizione delle onde. I dispositivi sperimentali mediante i quali vengono studiate le figure di interferenza sono detti *interferometri*. L'attenzione è stata focalizzata sulla descrizione dell'interferometro di Michelson, utilizzato nel presente lavoro per rilevazioni sperimentali.

2.1 La natura della luce

Con il termine *luce* si indica quel fenomeno che consente la visione degli oggetti. Il termine luce si riferisce alla porzione dello spettro elettromagnetico visibile all'occhio umano, ma può includere altre forme della radiazione elettromagnetica. A causa della dualità onda-particella, la luce mostra simultaneamente proprietà che appartengono sia alle onde che alle particelle: tale aspetto ha motivato, nel tempo molti grandi scienziati che si sono cimentati nel tentativo di fornire una risposta adeguata sulla natura della luce. In realtà, si può attribuire alla luce una doppia natura, corpuscolare ed ondulatoria. A seconda del tipo di esperimento si mette in rilievo un aspetto anziché l'altro.

Il fascio luminoso, visto come fenomeno ondulatorio, può essere semplicemente schematizzato come un insieme d'onde sinusoidali, aventi una certa ampiezza ed una certa lunghezza d'onda, e un andamento dell'intensità regolare e periodico che varia da un massimo ad un minimo.

L'andamento dell'onda luminosa può essere descritta da una semplice legge sinusoidale:

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$

dove ω è la pulsazione, mentre E_0 rappresenta la mezza ampiezza del campo elettrico associato all'onda luminosa.

Le grandezze che caratterizzano le onde elettromagnetiche sono la frequenza ν , la lunghezza d'onda λ , il periodo $T = 1/\nu$ e l'ampiezza (massimo spostamento che rispetto alla posizione di riposo subisce un punto qualsiasi dell'onda). Frequenza e lunghezza d'onda sono legate dalla formula fondamentale:

$$\lambda \cdot \nu = c \quad (2)$$

dove c è la velocità della luce (nel vuoto circa 3.00×10^8 m/s). Tutti i valori della frequenza e della lunghezza d'onda che soddisfano tale relazione sono permessi. Non vi sono limiti intrinseci superiori o inferiori per queste due grandezze.

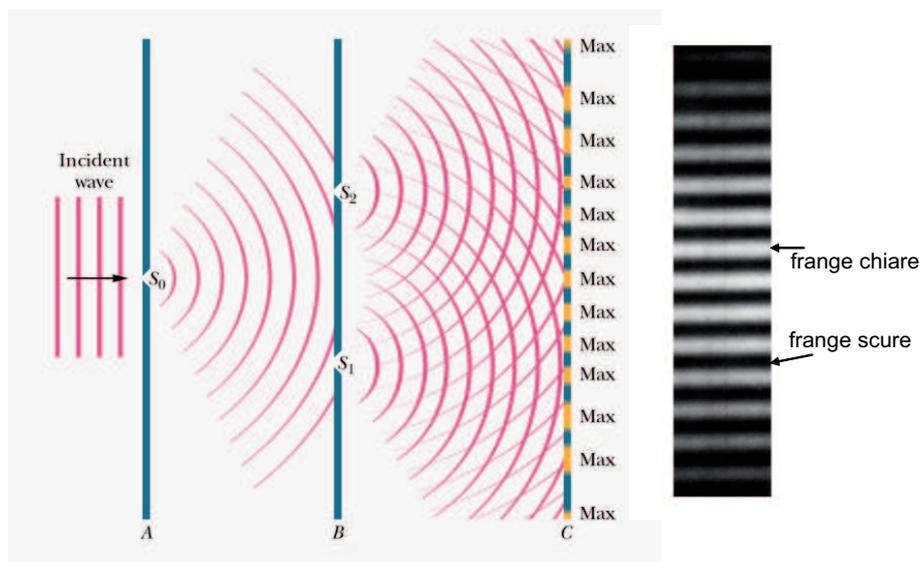
2.2 Interferenza

Nel 1801 Thomas Young eseguì un esperimento molto significativo per dimostrare la natura ondulatoria della luce. Questa sezione è stata dedicata alla descrizione del famoso esperimento della doppia fenditura di Young e a diversi altri importanti effetti dell'interferenza delle onde luminose.

2.2.1 L'esperimento della doppia fenditura di Young

Si consideri inizialmente il fenomeno legato al passaggio della luce attraverso un singola fenditura; analizzando l'intensità luminosa sullo schermo posto in direzione perpendicolare alla fenditura, se la fenditura è molto sottile, il fascio iniziale si allarga e si distribuisce in modo pressoché uniforme nella regione prossima al centro dello schermo. Tale fenomeno prende il nome di *diffrazione* ed è una manifestazione caratteristica del comportamento ondulatorio della luce.

L'esperimento di Young consiste nel passaggio di luce monocromatica attraverso una fenditura di collimazione ed, in seguito, attraverso due fenditure parallele S_1 e S_2 , per poi incidere sullo schermo.

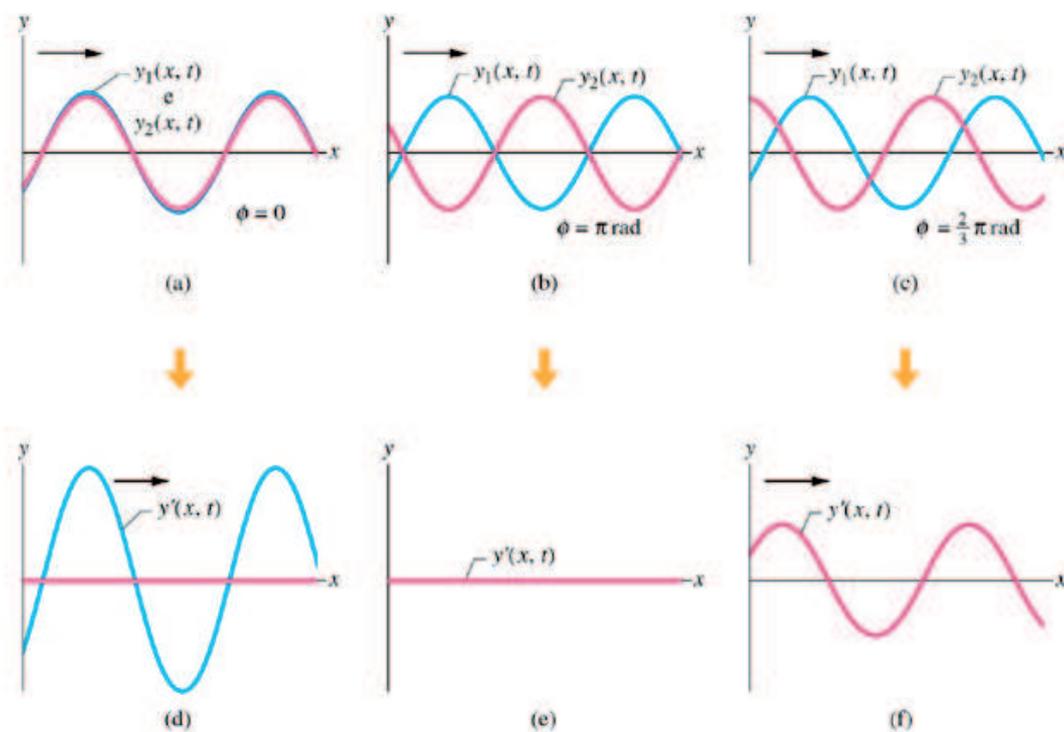
Figura 1: *Esperimento di Young*

La figura luminosa che si osserva sullo schermo è formata da una serie di regioni più brillanti separate da regioni più scure, come mostrato dalla figura 1. Tali regioni alternativamente bianche e scure sono chiamate *frange*. Il fenomeno appena descritto va sotto il nome di *interferenza* e non può essere spiegato tramite la teoria corpuscolare della luce. Secondo tale teoria, infatti, si dovrebbero ottenere esattamente due frange, essendo due le fessure.

Il fenomeno può essere invece interpretato alla luce della teoria ondulatoria. Con *cresta* e *gola* si vogliono indicare rispettivamente i punti di massimo e minimo nell'andamento di un'onda luminosa.

Se nello stesso punto si sovrappongono due creste (caso a, figura 2), si ottiene una cresta alta il doppio. In questo caso si dice che le onde sono in fase. Se invece due onde si sommano in modo che ogni cresta della prima si sovrapponga ad una gola della seconda, si ottiene l'annullamento dell'onda (caso b, figura 2). In tutti gli altri casi, con sfasamenti generici delle onde che si sovrappongono, si ottengono risultati intermedi.

Il sommarsi in modo costruttivo o distruttivo di onde (con tutti i casi intermedi possibili) va sotto il nome di *interferenza*. L'esperimento di Young si può spiegare allora come sovrapposizioni di onde. Dalle due fessure si propagano onde



27

Figura 2: Sovrapposizione di due onde luminose

inizialmente in fase (in quanto provengono da una medesima onda) che colpiscono lo schermo compiendo però in generale cammini diversi. Le onde che compiono cammini di uguale lunghezza hanno creste in fase e si sommano dando creste di altezza doppia (interferenza costruttiva). Le onde che compiono cammini di lunghezze che differiscono di mezza lunghezza d'onda vanno a sommarsi sullo schermo in modo da avere creste e gole in sovrapposizione e quindi di conseguenza si annullano (interferenza distruttiva). I cammini con differenza di una lunghezza d'onda producono sullo schermo ancora interferenza costruttiva e così via.

In un punto in cui avviene l'interferenza costruttiva si ottiene un picco di luce,

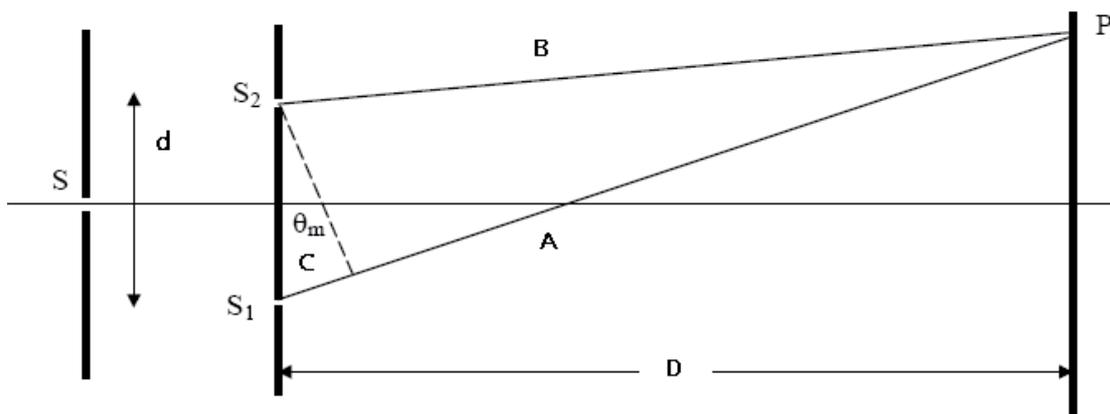


Figura 3: Schema dell'esperimento di Young

dove si ha l'interferenza distruttiva si ottiene il buio. Il susseguirsi di luce e buio costituisce le frange di interferenza osservate nell'esperimento.

Si consideri un punto P dello schermo di interferenza; questo sarà colpito sia dal raggio di luce emesso dalla prima fenditura che da quello emesso dalla seconda.

Per determinare le posizioni delle frange nella figura di interferenza si può ricorrere al principio di sovrapposizione. Le fenditure S_1 e S_2 sono rappresentate nella figura 3 a una distanza D dallo schermo. Dalla figura si vede che le onde provenienti dalle fenditure S_1 e S_2 percorrono distanze differenti per raggiungere il punto P ; esse sono indicate rispettivamente con A e B . Nella realtà dell'esperimento la distanza d tra le fenditure è molto minore di D , e quindi la differenza tra i due percorsi $A - B$ è approssimativamente:

$$A - B = d \sin \theta \quad (3)$$

Per $\theta = 0$ (CASO A, figura 4) le onde producono la frangia luminosa centrale. In questo caso le onde emergono dalle fenditure in fase e arrivano sullo schermo ancora in fase poiché hanno la medesima lunghezza d'onda e ciascuna percorre la stessa distanza per raggiungere lo schermo: $A - B = 0$. Poiché le onde luminose arrivano in fase sullo schermo, interferiscono costruttivamente e si forma un'onda luminosa.

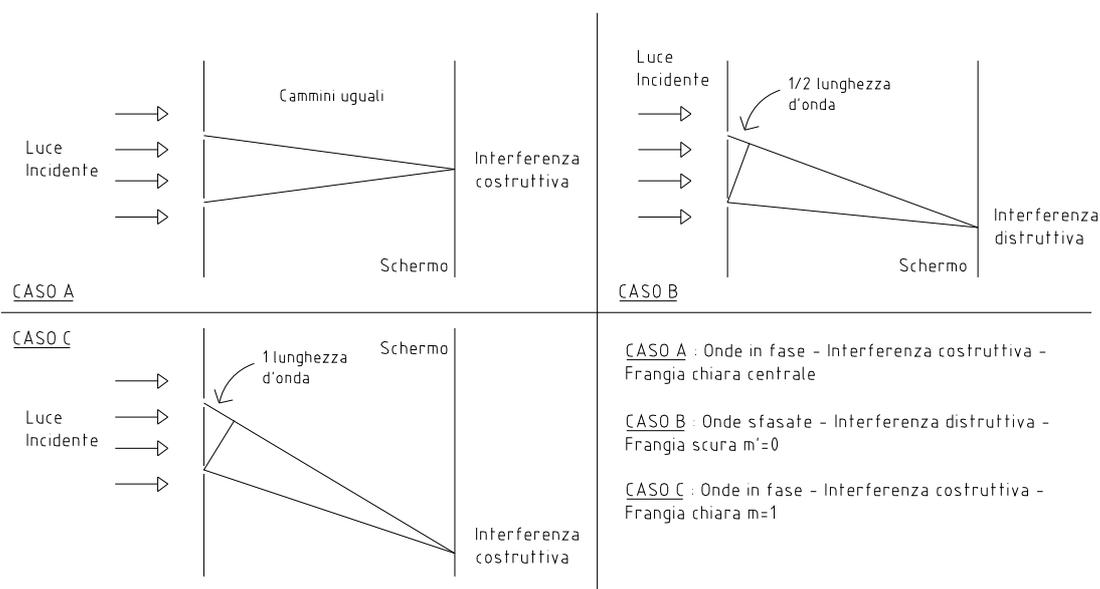


Figura 4: Interferenza della doppia fenditura

Nel CASO B, sono invece rappresentate le onde luminose che producono la prima frangia scura da una parte della frangia chiara centrale. Per raggiungere lo schermo le onde provenienti da S_2 percorrono una mezza lunghezza d'onda in più di quelle provenienti da S_1 : $B - A = \frac{\lambda}{2}$. Le onde emergono dalle fenditure in fase, ma percorrendo distanze diverse pervengono allo schermo sfasate di π radianti; quindi interferiscono distruttivamente e danno luogo a una frangia scura.

Per analoghe ragioni si forma una frangia scura attorno ad ogni punto in cui la differenza di percorso per le due onde è un multiplo intero di $\frac{\lambda}{2}$. In altri termini, differenze di percorso date da:

$$A - B = d \sin \theta_{m'} = \pm \left(m' + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (4)$$

ove $m' = 0, 1, 2, \dots$, corrispondono ai centri delle frange scure.

Il CASO C di figura 4, mostra come si forma la prima frangia chiara da una parte della frangia chiara centrale. In questo caso, risulta $B - A = \lambda$; ciò vuol dire

che si forma una frangia chiara attorno ad ogni punto in cui la differenza di percorso è un multiplo intero della lunghezza d'onda:

$$A - B = d \sin \theta_m = \pm m\lambda \quad (5)$$

ove $m = 0, 1, 2, \dots$

Nell'ultima relazione compaiono due termini costanti, uno al primo membro, l'altro al secondo membro, e ciò significa che m dipenderà da una costante e dal seno dell'angolo compreso tra i due raggi di luce, sottintendendo che da m dipenderanno le condizioni d'interferenza. Sulla base di tale considerazione Young dimostrò l'esistenza di effetti di interferenza per la luce, quindi confermò la teoria ondulatoria della luce proposta precedentemente dai suoi predecessori.

Young non avendo a disposizione sorgenti di luce monocromatica, per ottenere l'interferenza tra i due fasci, pensò di scomporre un fascio luminoso composto da più fronti d'onda, in un unico fronte d'onda partendo da un fascio di luce solare. Utilizzando l'equazione 1, attraverso il confronto tra una serie d'esperimenti, Young fu in grado di determinare il valore della lunghezza d'onda della luce; egli dimostrò che la lunghezza d'onda media della luce solare è 1/45000 di pollice, quella della luce rossa è in aria circa 0.705mm e quella del violetto è 0.423mm.

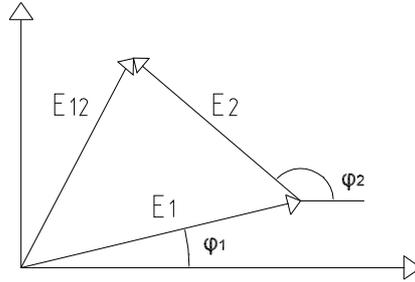
2.2.2 Distribuzione di intensità nella figura di interferenza della doppia fenditura

Per trovare un'espressione della distribuzione dell'intensità luminosa nella figura di interferenza della doppia fenditura si ricorre al principio di sovrapposizione. In presenza di fasci di luci completamente coerenti sono valide le seguenti proprietà:

- le ampiezze si sommano vettorialmente tenendo conto della differenza di fase (figura 5):

Questa somma viene eseguita in ciascun punto P dello schermo.

- per ogni punto P , si individua l'intensità I calcolando il quadrato dell'ampiezza del campo elettrico risultante (dove I è l'intensità di un'onda elettromagnetica pari a $I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 c$, dove ε_0 è la costante dielettrica del vuoto).

Figura 5: *Calcolo ampiezza per fasci coerenti*

Siano E_1 ed E_2 le componenti di campo elettrico delle onde luminose che da S_1 e S_2 raggiungono il punto P sullo schermo. Si suppone che le fenditure siano così sottili da poter essere trattate come sorgenti lineari di luce. Ciò significa che la distribuzione di intensità dovuta a ciascuna fenditura presa singolarmente è pressoché uniforme intorno al centro dello schermo, e le componenti del campo possono essere scritte come:

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t + \phi) \quad e \quad E_2 = E_0 \sin(\omega t) \quad (6)$$

Poiché la luce monocromatica proviene dalla medesima sorgente, le due espressioni contengono la stessa frequenza angolare ω . Inoltre siccome le due fenditure hanno la stessa larghezza e si trovano praticamente alla stessa distanza da P , possiamo ammettere che l'ampiezza E_0 delle due onde sia la stessa. L'aspetto essenziale è che le due onde presentano una differenza di fase in P . La differenza di fase ϕ è dovuta alla differenza di percorso $d \sin \theta$.

Quando le onde arrivano sfasate (cresta su ventre e viceversa) e interferiscono distruttivamente producendo una frangia scura $m' = 0$, la differenza di percorso è:

$$d \sin \theta = \frac{\lambda}{2} \quad (7)$$

e la differenza di fase risulta pari a $\phi = \pi rad$.

Quando le onde arrivano in fase e interferiscono costruttivamente dando luogo alla frangia chiara $m = 1$, la differenza di percorso è:

$$d \sin \theta = \lambda \quad (8)$$

e la differenza di fase risulta pari a $\phi = 2\pi rad$.

Quindi la differenza di fase e la differenza di percorso sono direttamente proporzionali:

$$\frac{\text{DifferenzaDiFase}}{2\pi} = \frac{\text{DifferenzaDiCamminoOttico}}{\lambda} \quad (9)$$

ossia:

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{d \sin \theta}{\lambda} \quad (10)$$

Per trovare la componente E_{12} del campo elettrico risultante in P , sommiamo E_1 ed E_2 :

$$E_{12} = E_1 + E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi) + E_0 \sin(\omega t) \quad (11)$$

da cui si ricava:

$$E_{12} = \left[2E_0 \cos\left(\frac{1}{2}\phi\right) \right] \sin\left(\omega t + \frac{1}{2}\phi\right) \quad (12)$$

L'intensità in P dovuta alla luce proveniente da una sola fenditura è:

$$I_0 \propto E_0^2 \quad (13)$$

Quindi l'intensità I_{12} dovuta alla luce proveniente da entrambe le fenditure è:

$$I_{12} \propto 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right) \quad (14)$$

Facendo riferimento alla relazione 10, l'intensità I_{12} può essere espressa nel seguente modo:

$$I_{12} = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right) \quad (15)$$

Servendoci dell'identità trigonometrica $\cos^2\left(\frac{1}{2}\phi\right) = \frac{1}{2}(1 + \cos\phi)$, si esprime l'intensità totale per due sorgenti coerenti:

$$I_{12} = 2I_0 + 2I_0 \cos\phi \quad (16)$$

Se le sorgenti fossero incoerenti, la differenza di fase ϕ varierebbe rapidamente e casualmente con il tempo. In tal caso il secondo termine avrebbe media temporale nulla in ciascun punto dello schermo: $I_{12} = 2I_0$. Quindi l'intensità dovuta ad onde emesse da sorgenti incoerenti, si ottiene elevando singolarmente al quadrato le componenti del campo per ottenere le intensità di ciascuna sorgente e poi si sommano le intensità.

2.3 Interferometro di Michelson

Un dispositivo che utilizzi gli effetti di interferenza delle onde per effettuare delle misurazioni viene chiamato *interferometro*. Essendo la lunghezza d'onda della luce visibile molto piccola, gli interferometri ottici possono essere usati per misurare le distanze con grande precisione; inoltre consentono il rilevamento della misura senza alcun contatto con l'elemento da valutare, ma semplicemente considerando un'immagine risultato dell'interferenza.

In questi strumenti, viene confrontata in tempo reale un'onda di riferimento con un'onda riflessa o trasmessa dall'oggetto in studio. Entrambe le onde (riferimento, onda che illumina l'oggetto) derivano dalla stessa sorgente. Si distinguono due classi di interferometri: a *divisione del fronte d'onda* e a *divisione di ampiezza*, differenti per il modo in cui viene ottenuta la divisione dell'onda primaria in due parti.

Nel caso di interferometri a *divisione del fronte d'onda* si fa riferimento allo schema costruttivo realizzato da Young nel suo esperimento, precedentemente descritto nel paragrafo 2.2.1, dove l'interferenza luminosa è ottenuta facendo passare la luce attraverso due fenditure vicinissime; in questo caso si ha un'alternanza di righe chiare e scure che dipendono dalla lunghezza d'onda e dalla distanza tra le due fenditure.

Nell'interferometro a *divisione di ampiezza* si ottiene lo stesso effetto sostituendo le due fenditure con uno specchio semitrasparente che divide in due uno stesso raggio

luminoso creando, quindi due treni d'onda di uguale frequenza, che percorrono due cammini separati.

L'esempio più famoso di interferometro a divisione di ampiezza è l'*interferometro di Michelson*, messo a punto da A.A.Michelson nel 1881, con l'intenzione di dimostrare la teoria mondiale sull'etere. A differenza dell'interferometro a divisione di campo, sviluppato da Young, l'interferometro di Michelson, si basa sulla divisione dell'ampiezza della singola onda; la radiazione viene divisa in due onde identiche aventi ampiezza pari alla metà di quella che le ha generate.

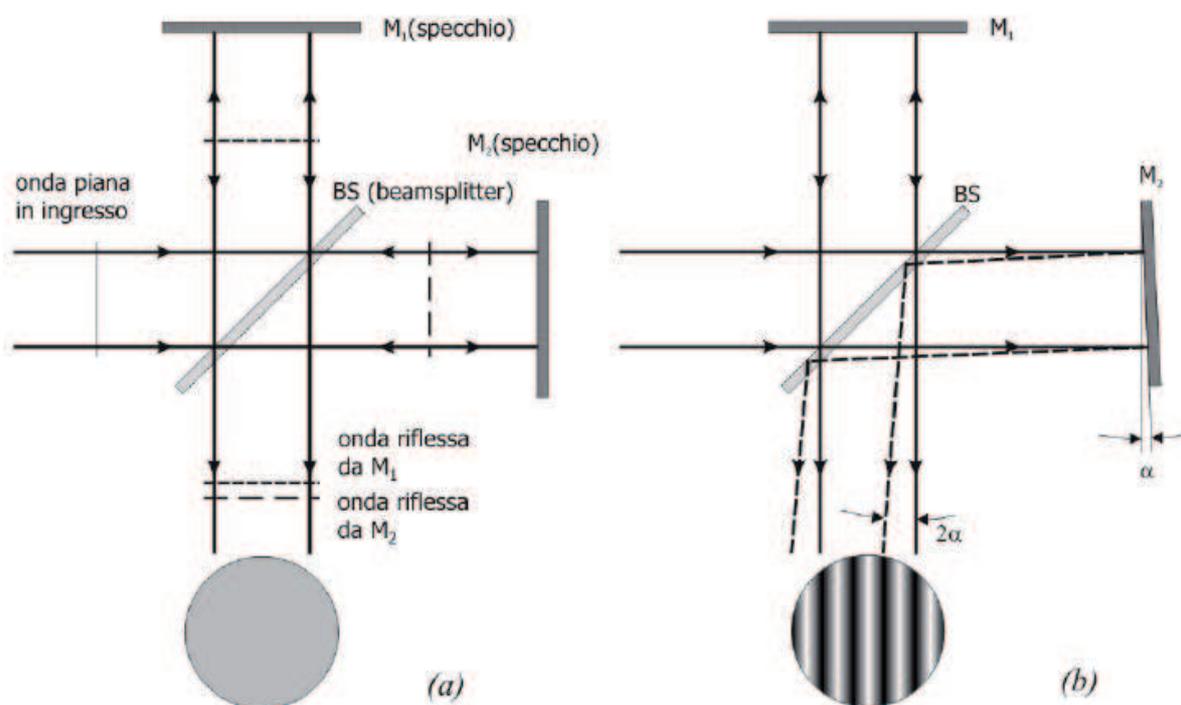


Figura 6: Schema di funzionamento dell'Interferometro di Michelson

L'interferometro di Michelson (figura 6, schema *a*) è costituito da due specchi totalmente riflettenti M_1 ed M_2 posti ad un angolo retto tra di loro e da uno specchio semiriflettente BS (*beam-splitter*) a 45° rispetto ai primi.

Un'onda piana in ingresso viene divisa da BS in due parti le cui ampiezze dipendono dai coefficienti di riflessione e di trasmissione di questo. Per semplicità è

possibile supporre che il *beam-splitter* sia simmetrico (stessi coefficienti di riflessione e di trasmissione), ed ideale (non sono presenti assorbimenti dell'onda).

La parte riflessa viaggia verso lo specchio M_1 , viene da questo riflessa verso l'ingresso, ed una parte trasmessa verso l'uscita dell'interferometro. Si ha quindi un percorso *ingresso* – $BS(\text{riflessione})$ – M_1 – $BS(\text{trasmissione})$. Similmente la parte di onda inizialmente trasmessa da BS sarà riportata in uscita secondo il percorso *ingresso* – $BS(\text{trasmissione})$ – M_2 – $BS(\text{riflessione})$.

Sul percorso di uscita si avrà interferenza tra queste due onde. Poiché le due onde viaggiano nella stessa direzione, i loro fronti d'onda sono tra di loro paralleli e quindi la figura d'interferenza che si ottiene presenterà una intensità costante ed indipendente dalla posizione spaziale. Se l'interferometro fosse perfettamente simmetrico, cioè se le lunghezze dei due percorsi fossero esattamente uguali (o comunque uguali a meno di multipli della lunghezza d'onda), le due onde si sommerebbero con fase relativa nulla e si avrebbe quindi un massimo nell'intensità risultante. Se la differenza di cammino fosse invece di $\frac{\lambda}{2}$ (o di multipli dispari $\frac{(2n+1)\lambda}{2}$) si avrebbe una fase relativa di π e quindi un minimo, teoricamente nullo, dell'intensità. Ovviamente in situazioni intermedie si otterrebbero valori di intensità compresi tra il minimo ed il massimo.

Se uno dei due specchi (ad esempio M_2) viene ruotato di un angolo α (figura 6, schema *b*), allora, per effetto della riflessione sugli specchi, la corrispondente onda in uscita viaggerà ad un angolo 2α rispetto a quella riflessa da M_1 . Su un piano parallelo a quello del disegno o a quello dello specchio M_1 si osserverà quindi un sistema di frange rettilinee di passo:

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin(2\alpha)} \quad (17)$$

Naturalmente la distribuzione che si otterrà dipenderà da una costante di fase dipendente dalla differenza nel cammino ottico relativo.

Al variare di questa, ad esempio spostando lo specchio M_1 parallelamente a se stesso, il sistema di frange manterrà la sua forma, ma scorrerà verso destra o verso sinistra a seconda del verso e del movimento di M_1 .

La proiezione dell'interferenza su un piano immagine, ovvero sullo schermo, sarà rappresentata da un'immagine contenente delle frange chiare e scure; quelle chiare

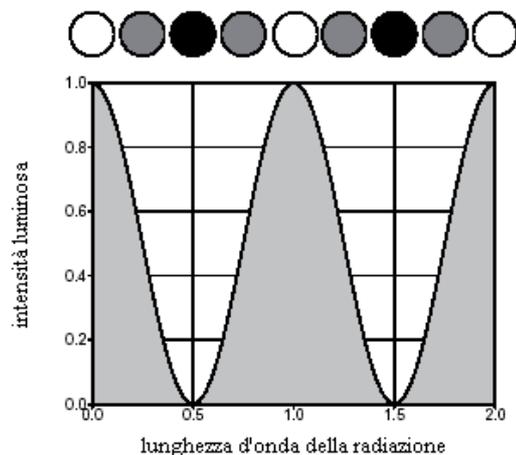


Figura 7: *Rappresentazione dell'intensità luminosa*

rappresentano l'interferenza di tipo costruttivo mentre quelle scure l'interferenza di tipo distruttivo. Dall'analisi dell'intensità luminosa si può risalire alla fase dell'onda incidente in un punto.

Dalla stima delle frange si ottiene il risultato in termini di lunghezza considerando i centri delle frange. L'operazione di valutazione dell'immagine è stata possibile con lo sviluppo dell'obiettivo. Con quest'ultimo si sono potute valutare le intensità dell'immagine per ogni punto, e quindi segnare i centri frangia in corrispondenza dei minimi. Nell'interferometro reale l'interferenza generata dalla sovrapposizione delle due onde non coincide con quella rappresentata in figura 7, ove i minimi assumono il valore 0, ma sarà rappresentata da un valore piccolo non nullo, sia perché la sovrapposizione delle due onde non è mai perfetta, sia perché l'intensità dell'onda luminosa non rimane invariata all'infinito. Essa avrà uno smorzamento, quindi se i fasci percorrono cammini ottici differenti e quindi anche le intensità saranno differenti. Sullo schermo immagine l'interferenza non sarà mai totalmente realizzata.

3 Sistema interferometrico per la taratura dei blocchetti piano-paralleli

I blocchetti piano-paralleli sono fra i più comuni campioni di lunghezza e sono utilizzati per la verifica della taratura di molti strumenti nell'ambito della metrologia dimensionale.



Figura 8: *Serie di blocchetti*

E' un *calibro fisso* costituito da un parallelepipedo lavorato in modo da ottenere due facce contrapposte perfettamente parallele, distanziate tra loro di una quota precisa (spessore nominale).

La possibilità di ricorrere all'utilizzo dei blocchetti piano-paralleli per la procedura di taratura di altri strumenti di misura nel campo delle lunghezze, rende necessario l'utilizzo di tecnologie sofisticate in modo da minimizzare l'incertezza di misura nella taratura dei blocchetti, e quindi ridurre la propagazione degli errori in tutta la catena metrologica. Anche se ottime incertezze di taratura sono ottenibili eseguendo un confronto meccanico con altri blocchetti dello stesso valore nominale tramite comparatori o trasduttori induttivi, la migliore verifica della taratura dei blocchetti viene fatta con metodi di non contatto. Un metodo di non contatto, valido ed efficace per la taratura dei blocchetti piano paralleli, basato su tecnologie ottiche all'avanguardia, è l'interferometro, il quale mediante la valutazione delle frange d'interferenza, è in grado di risalire alla misura dei blocchetti. La potenzialità di tale metodo consiste nel confronto di una lunghezza finita, la lunghezza del blocchetto da misurare, con la lunghezza d'onda della luce utilizzata, il cui ordine di grandezza è del decimo di micron. Malgrado le sue potenzialità, tale tecnica ha il limite di

non poter essere direttamente utilizzata, in quanto non consente la misura diretta di una lunghezza, potendo semplicemente rifinire una misura già calibrata.

I rilevamenti sono stati effettuati, dunque, attraverso l'interferometro di Michelson, nella configurazione di *Twyman-Green*, in cui le figure di interferenza generate sono state ottenute dalla sovrapposizione di due fasci luminosi che percorrono un differente cammino ottico (cioè assegnando un opportuno sfasamento tra i raggi). In questo tipo di configurazione si utilizza una sorgente di luce monocromatica, preferibilmente un laser calibrato e stabilizzato, in modo da poter sfruttare le proprietà della luce coerente, illustrate in precedenza.

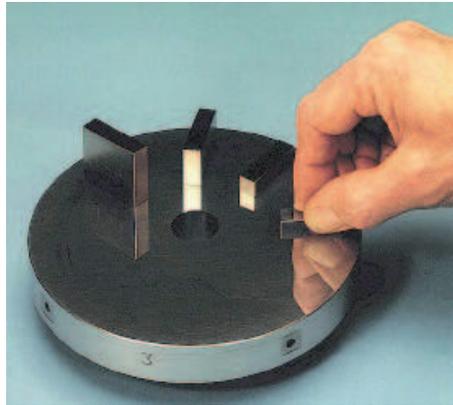


Figura 9: *Blocchetto e piano di riferimento*

Il fascio di luce laser, dopo essere stato opportunamente trattato con un sistema di lenti convergenti, incide sul *beam-splitter* (ovvero un cubo di quarzo avente la stessa funzione dello specchio semi argentato), il quale divide il fascio in due, di cui uno illuminerà la superficie del piano di riferimento sul quale è fissato il blocchetto da misurare, l'altro, orientato in modo perpendicolare al primo, incide su uno specchio di riferimento

L'alto grado di finitura delle facce parallele del blocchetto e della superficie del piano di riferimento consentono il posizionamento per semplice adesione: infatti entrambe le superfici vengono lavorate con procedimento di lappatura di grande precisione, tanto da garantire una riflessione del fascio incidente simile a quella di uno specchio (figura 9).

Il fascio laser dopo aver inciso sulle due superfici (piano di riferimento e bloc-

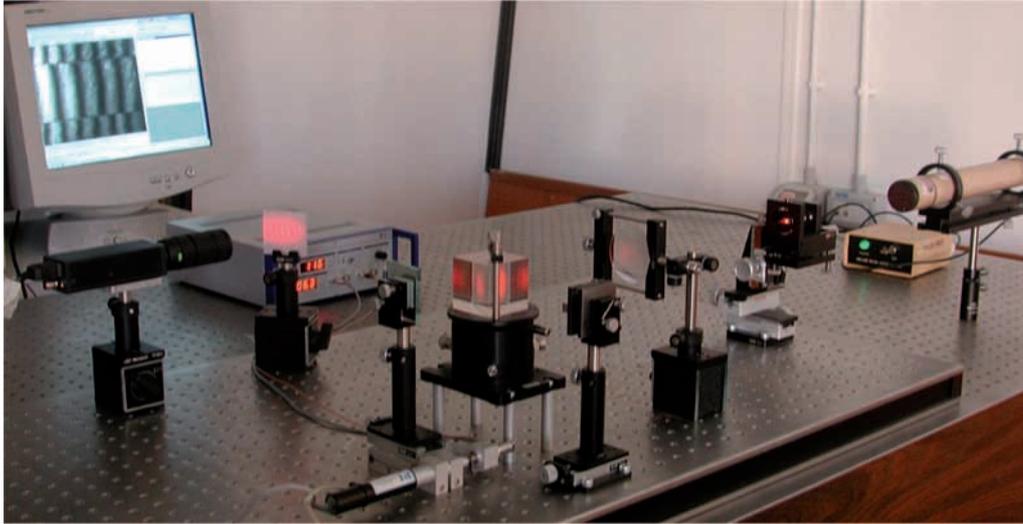


Figura 10: Foto del set-up utilizzato

chetto) e su quella dello specchio, torna indietro ricomponendosi proprio sul *beam-splitter*, dal quale si propagherà in direzione opposta a quella dello specchio, finché non incontrerà lo schermo sul quale si otterrà un'immagine, risultato dell'interferenza dei due fasci. Il piano di riferimento sul quale viene fissato il blocchetto può essere movimentato mediante le viti di regolazione, attraverso le quali si è in grado registrarne il livello e l'inclinazione. Alla fine dell'allineamento si dà un piccolo tilt al piano di riferimento per ottenere uno sfasamento tra il fascio incidente sul blocchetto e quello incidente sul piano di riferimento. Tale regolazione consente di ottenere un'immagine d'interferenza, che teoricamente dovrebbe essere composta da frange dritte e parallele (figura 11).

La porzione di fascio che incide sul blocchetto sarà caratterizzata da una differenza di cammino ottico rispetto alla porzione che raggiunge il piano di riferimento. Questa differenza di cammino ottico si traduce in uno sfasamento tra le frange che si generano in corrispondenza della faccia parallela del blocchetto e in corrispondenza dello specchio di base.

Dalla figura di interferenza è possibile determinare la lunghezza del blocchetto, valutando le posizioni delle frange sul blocchetto e sul piano di riferimento. Affinché si possa eseguire tale operazione è necessario individuare la distanza dei centri frangia, su entrambi le superfici e la distanza relativa tra i centri frangia sul blocchetto

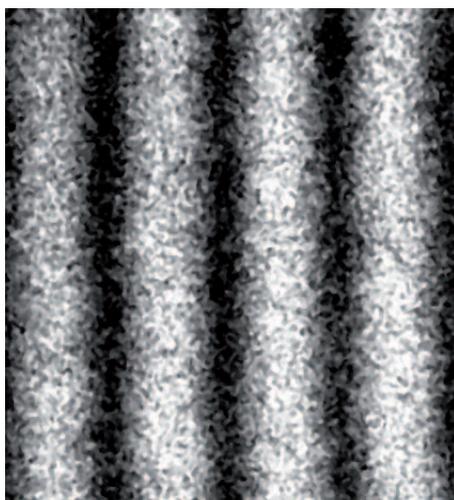


Figura 11: *Esempio di figura di interferenza tra due fasci*

e sullo specchio. Le immagini (a) e (b) di figura 12 rappresentano rispettivamente il modello di frange ideali e la porzione di un fotogramma reale, in cui si evidenzia il dislivello tra le frange sul blocchetto e quelle sul piano.

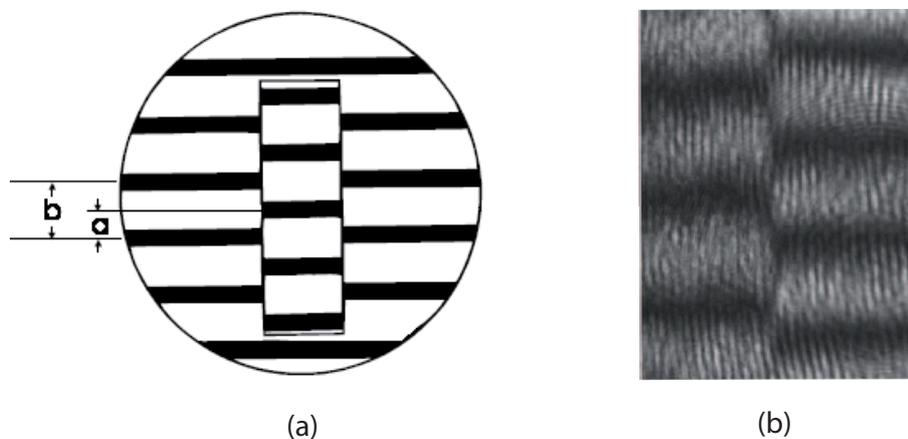


Figura 12: *Modelli di frange: (a) ideale - (b) reale*

Ottenute le dimensioni a e b si passa alla procedura analitica, ovvero al calcolo dell'altezza del blocchetto. L'altezza reale del blocchetto è calcolata in modo indiretto, mediante una serie di fasi che considerano gli errori, che possono essere commessi durante la sua stima, e l'influenza dell'ambiente. Utilizzando dei fat-

tori di correzione nelle formule della procedura analitica, si può migliorare l'accuratezza di tale metodo. Prima di procedere, è importante definire alcuni parametri fondamentali :

- λ_0 , lunghezza d'onda nel vuoto (in μm);
- $\lambda_{p,t,f}$, lunghezza d'onda osservata nelle condizioni ambiente t, p, f ;
- $n_{p,t,f}$, indice di riflessione dell'aria nelle condizioni t, p, f ;
- P , pressione atmosferica (in Pa);
- t' , temperatura dell'ambiente (in gradi *Celsius*);
- t , temperatura del blocchetto (in gradi *Celsius*);
- f , pressione del vapor d'acqua in Pa ;
- $\sigma = \frac{1}{\sigma_0}$ (in μm).

Il primo passo consiste nel valutare la lunghezza d'onda del fascio laser, considerando le condizioni dell'ambiente circostante:

$$\lambda_{p,t,f} = \frac{\lambda_0}{n_{p,t,f}} = \frac{\lambda_0}{[1 + A \cdot b - C]} \quad (18)$$

dove i coefficienti A , B e C valgono:

$$\begin{aligned} A &= \frac{P[8342.22+2406057(130-\sigma^2)^{-1}]\cdot 10^{-8}}{96095.43} \\ B &= \frac{1+P(0.601-0.00972t)\cdot 10^{-6}}{1+0.003661t} \\ C &= f(3.7345 - 0.0401\sigma^2) \cdot 10^{-8} \end{aligned} \quad (19)$$

Ricavata la lunghezza d'onda in aria alle condizioni t, p, f , il secondo passo consiste nel calcolare l'intero numero di frange sul blocchetto F , tenendo in considerazione temperatura, pressione e umidità relativa dell'ambiente in cui si effettua la misurazione. Inoltre, si tiene conto della lunghezza nominale L_p del blocchetto, ottenuta mediante la calibrazione effettuata con il comparatore meccanico, a $20.00^\circ C$, del coefficiente di espansione termica lineare e della temperatura del blocchetto nell'istante in cui si effettua la prova.

$$F = \frac{2L_p[1 + C(t' - 20)]}{\lambda_{t,p,f}} \quad (20)$$

Il terzo passo consiste nel calcolo della lunghezza reale del blocchetto, partendo dai dati ottenuti nei passi precedenti. Determinando, in base alla figura 12, la frazione di frangia φ :

$$\varphi = \frac{a}{b} \quad (21)$$

la misura reale della dimensione del blocchetto è data dalla relazione:

$$L = \frac{\lambda_{t,p,f}}{2} F' [1 + C(20 - t')] \quad (22)$$

dove $F' = F + \varphi$.

4 Metodi per la misurazione della fase

Nella precedente sezione è stato descritto il sistema interferometrico per la taratura dei blocchetti piano-paralleli. Ottenuta la figura di interferenza, per la valutazione della dimensione del blocchetto occorre rilevare le distanze relative tra i centri frangia di ciascun modello (blocchetto e piano di riferimento) e quelle tra i due modelli di frange. Una misurazione di questo tipo permette di raggiungere precisioni dell'ordine di mezza lunghezza d'onda della luce utilizzata. Importanti cambiamenti in tale metodo possono essere introdotti, qualora si passi da un *pattern* di intensità luminosa a una figura a frange di *fase*.

I *Phase-measurement interferometry* (PMI) possono essere applicati nell'ambito di rilevazioni interferometriche per la misura diretta delle frange di fase relative alla interferenza tra il fascio test e il fascio di riferimento, generato dalla riflessione dell'oggetto in analisi.

La possibilità di effettuare una misura diretta della fase porta alcuni vantaggi rispetto alla procedura di analisi offerta dalla classica configurazione di *Twyman-Green* dell'interferometro di Michelson. Il vantaggio principale consiste nell'accuratezza dei risultati ottenibili: l'analisi effettuata sulle frange di fase offre una risoluzione da 10 a 100 volte superiore a quella basata su frange ottenute dalla sovrapposizione dei campi di intensità luminosa generati dai fasci dell'interferometro. Con queste tecniche è possibile risalire alla mappa a pieno campo della differenza di fase, quindi è possibile valutare ogni punto della superficie in esame ed ottenere informazioni utili in riferimento alla planarità e al parallelismo, non ottenibili con l'interferometro tradizionale.

Le tecniche PMI possono essere divise in due categorie: nella prima rientrano le procedure che consistono in un rilevamento sequenziale della fase; la seconda categoria è destinata ai metodi che permettono una misurazione simultanea dei dati riguardanti la fase. Le tecniche appartenenti alla prima tipologia sono conosciute come *Temporal PMI*; le tecniche del secondo tipo sono definite *Spazial PMI*.

Questa sezione è principalmente dedicata alla descrizione della *Phase-Shifting Interferometry* (PSI), metodologia appartenente alle tecniche temporali di misurazione della fase. L'idea di base del *PSI* è che, se la differenza di fase tra due raggi che interferiscono è fatta variare nel tempo in maniera nota attraverso step discreti, sono

sufficienti tre misurazioni della distribuzione di intensità per differenti *shifts* della fase, per determinare il *pattern* completo della fase sulla superficie in esame.

La strada più comune per variare la fase tra i due differenti fasci che interferiscono è quella di agire sulla posizione dello specchio all'interno della configurazione dell'interferometro di Michelson, attraverso la variazione del voltaggio di un trasduttore piezoelettrico (*PZT*).

Per completezza sono stati descritti brevemente anche i metodi di misurazione spaziale della fase, con particolare attenzione al *Fourier Transform Method*.

4.1 La tecnica del *Phase shifting*

Nel paragrafo 2.2.2 è stata analizzata in che modo si effettua la sovrapposizione di due fasci coerenti e secondo quale procedura è possibile ricavare l'intensità luminosa complessiva del fascio risultante. In particolare è stato detto che l'intensità dovuta alla combinazione di onde emesse da sorgenti coerenti, si ottiene sommando vettorialmente le componenti di campo elettrico e poi elevando al quadrato il campo risultante:

$$I = |E_1 + E_2|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + E_1 E_2^* + E_1^* E_2 = E_1 + E_2 + 2\sqrt{E_1 E_2} \cos(\phi_1 - \phi_2) \quad (23)$$

dove ϕ_1 e ϕ_2 , E_1 e E_2 sono rispettivamente le fasi e le ampiezze complesse dei campi elettrici associati.

Lo studio della microgeometria di una superficie richiede la misura, per ogni singolo punto, della modulazione del segnale associato all'interferenza tra il fascio di riferimento e quello proveniente dall'oggetto. La distribuzione di intensità luminosa sull'immagine è descritta dall'equazione:

$$I(x, y) = I_0(x, y) + I_M(x, y) \cos \phi(x, y) \quad (24)$$

dove I_0 è il valore medio dell'intensità, I_M la modulazione e ϕ la differenza di fase $\phi_1 - \phi_2$.

La relazione 24 può essere descritta in maniera alternativa:

$$I(x, y) = I_0(x, y)(1 + \gamma(x, y) \cos \phi(x, y)) \quad (25)$$

in cui compare la *visibilità* (o *contrasto*), pari a:

$$\gamma(x, y) = \frac{I_M}{I_0} \quad (26)$$

L'idea alla base della tecnica del *Phase shifting* è quella di realizzare un certo numero di *shift* di fase noti in uno dei due fasci dell'interferometro. In corrispondenza dell'*i*-esimo sfasamento si acquisisce la nuova figura di interferenza, mediante la quale è possibile risalire alla rispettiva distribuzione di intensità luminosa I_i in ogni punto dell'immagine:

$$I_i(x, y) = I_0(x, y)(1 + \gamma(x, y) \cos(\phi(x, y) + \alpha_i)) \quad (27)$$

dove α_i è lo sfasamento noto introdotto in uno dei bracci dell'interferometro.

Poiché nella relazione 27 compaiono tre incognite I_0, γ_0, ϕ , sono necessarie almeno tre acquisizioni corrispondenti a tre definiti *shift* α_i , per il calcolo della distribuzione della fase $\phi(x, y)$.

Il valore di α_i può essere scelto in maniera arbitraria tra 0 e π e può essere diverso per i vari *frame*; l'importante è che sia noto mediante opportuna calibrazione del dispositivo utilizzato per lo *shift* (comunemente un trasduttore piezoelettrico -PZT-) o mediante misurazione.

Ovviamente è possibile effettuare un numero maggiore N di acquisizioni e risalire così al valore corretto della fase ricorrendo ad un'operazione di minimizzazione degli errori del tipo *least square technique*.

Applicando alla relazione 27 l'identità trigonometrica:

$$\cos a + b = \cos a \cos b - \sin a \sin b \quad (28)$$

si ricava:

$$I_i(x, y) = a_0(x, y) + a_1(x, y) \cos \alpha_i + a_2(x, y) \sin \alpha_i \quad (29)$$

dove

$$\begin{aligned} a_0(x, y) &= I_0(x, y) \\ a_1(x, y) &= I_0(x, y)\gamma_0(x, y) \cos \phi(x, y) \\ a_2(x, y) &= -I_0(x, y)\gamma_0(x, y) \sin \phi(x, y) \end{aligned} \quad (30)$$

La soluzione ai minimi quadrati del sistema di equazioni 30 si scrive come:

$$\begin{bmatrix} a_0(x, y) \\ a_1(x, y) \\ a_2(x, y) \end{bmatrix} = A^{-1}(\alpha_i)B(x, y, \alpha_i) \quad (31)$$

dove

$$A(\alpha_i) = \begin{bmatrix} N & \sum \cos \alpha_i & \sum \sin \alpha_i \\ \sum \cos \alpha_i & \sum \cos^2 \alpha_i & \sum (\cos \alpha_i) \sin \alpha_i \\ \sum \sin \alpha_i & \sum (\cos \alpha_i) \sin \alpha_i & \sum \sin^2 \alpha_i \end{bmatrix} \quad (32)$$

e

$$B(\alpha_i) = \begin{bmatrix} \sum I_i(x, y) \\ \sum I_i(x, y) \cos \alpha_i \\ \sum I_i(x, y) \sin \alpha_i \end{bmatrix} \quad (33)$$

La matrice A è nota, poiché dipende esclusivamente dall'angolo di *shift* α_i . Il valore della fase in ogni punto della figura di interferenza è determinata calcolando la matrice B , ricavando i coefficienti a_1 e a_2 e applicando la relazione:

$$\phi = \arctan \left[\frac{-a_2(x, y)}{a_1(x, y)} \right] = \arctan \left(\frac{I_0(x, y)\gamma_0(x, y) \sin[\phi(x, y)]}{I_0(x, y)\gamma_0(x, y) \cos[\phi(x, y)]} \right) \quad (34)$$

Dall'operazione di arcotangente è possibile risalire al valore della fase modulo π . Per distribuire la fase correttamente su tutto l'intervallo 2π è necessario esaminare il segno del numeratore e denominatore nell'espressione dell'arcotangente e verificare in quale caso della tabella 2 si ricade.

Con i dati a disposizione è possibile, inoltre, calcolare il valore della visibilità delle frange ottenibili, ossia del parametro γ_0 . Tale parametro può essere utilizzato come fattore discriminante nella scelta dei punti che riportano informazioni di fase valida e di quelli che invece vanno esclusi nelle operazioni di elaborazione degli interferogrammi.

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{a_1^2(x, y) - a_2^2(x, y)}}{a_0(x, y)} \quad (35)$$

Sono stati descritti in seguito alcuni degli algoritmi di *Phase-Shifting* noti in letteratura.

Quadrante	$\sin \phi$	$\cos \phi$	Fase corretta	Intervallo fase
1	$\sin \phi > 0$	$\cos \phi > 0$	ϕ	$0 \rightarrow \frac{\pi}{2}$
2	$\sin \phi > 0$	$\cos \phi < 0$	$\pi - \phi$	$\frac{\pi}{2} \rightarrow \pi$
3	$\sin \phi < 0$	$\cos \phi < 0$	$\phi + \pi$	$\pi \rightarrow \frac{3\pi}{2}$
4	$\sin \phi < 0$	$\cos \phi > 0$	$2\phi - \pi$	$\frac{3\pi}{2} \rightarrow 2\pi$
1,2	$\sin \phi > 0$	$\cos \phi = 0$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
2,3	$\sin \phi = 0$	$\cos \phi < 0$	π	π
3,4	$\sin \phi < 0$	$\cos \phi = 0$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$
4,1	$\sin \phi = 0$	$\cos \phi > 0$	0	0

Tabella 1: Schema per la correzione della fase ricavata dall'operazione di arcontangente

4.1.1 Three-frame technique

L'algoritmo più semplice ed immediato è quello che prevede di effettuare il numero minimo di *shift* di fase necessari per la ricostruzione della mappa di fase dell'interferogramma. Si possono utilizzare, ad esempio, step di $\pi/2$, in corrispondenza di valori successivi di α_i pari a $\pi/4$, $3\pi/4$ e $5\pi/4$. In questo caso, le distribuzioni di intensità luminosa relative alle tre acquisizioni si scrivono come:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= I_0 \left[1 + \gamma_0 \cos \left(\phi + \frac{\pi}{4} \right) \right] = I_0 \left[1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \gamma_0 (\cos \phi - \sin \phi) \right] \\
 I_2 &= I_0 \left[1 + \gamma_0 \cos \left(\phi + \frac{3\pi}{4} \right) \right] = I_0 \left[1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \gamma_0 (-\cos \phi - \sin \phi) \right] \\
 I_3 &= I_0 \left[1 + \gamma_0 \cos \left(\phi + \frac{5\pi}{4} \right) \right] = I_0 \left[1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \gamma_0 (-\cos \phi + \sin \phi) \right]
 \end{aligned} \tag{36}$$

A partire dai valori di intensità luminosa ottenuti, il valore di fase in ogni punto si calcola come:

$$\phi = \arctan \left(\frac{I_3 - I_2}{I_1 - I_2} \right) \tag{37}$$

dove numeratore e denominatore della relazione 37 sono pari a:

$$\begin{aligned}
 I_3 - I_2 &= \sqrt{2} I_0 \gamma_0 \sin \phi \\
 I_1 - I_2 &= \sqrt{2} I_0 \gamma_0 \cos \phi
 \end{aligned} \tag{38}$$

Il contrasto γ_0 relativamente a questa tecnica si calcola come:

$$\gamma_0(x, y) = \frac{\sqrt{(I_3 - I_2)^2 + (I_1 - I_2)^2}}{\sqrt{2}I_0} \quad (39)$$

Nel caso generale in cui lo *shift* di fase sia un qualsiasi angolo α , le equazioni delle distribuzioni di intensità luminosa si scrivono come:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi - \alpha)] \\ I_2 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos \phi] \\ I_3 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi + \alpha)] \end{aligned} \quad (40)$$

e l'espressione della fase:

$$\phi = \arctan \left[\left(\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3} \right] \quad (41)$$

dove:

$$\begin{aligned} I_1 - I_3 &= 2I_0\gamma_0 \sin \phi \sin \alpha \\ 2I_2 - I_1 - I_3 &= 2I_0\gamma_0 \cos \phi (1 - \cos \phi) \end{aligned} \quad (42)$$

La visibilità delle frange in questo caso si scrive come:

$$\gamma_0(x, y) = \frac{\sqrt{[(1 - \cos \alpha)(I_3 - I_2)^2] + [\sin \alpha(2I_2 - I_1 - I_3)]^2}}{2I_0 \sin \alpha (1 - \cos \alpha)} \quad (43)$$

4.1.2 Carrè technique

Carrè nel 1966 ha proposto una tecnica per la quale non è indispensabile la calibrazione del trasduttore di fase in quanto è possibile risalire al valore di ϕ senza conoscere il valore dello *shift* α adottato. Operando quattro *shift* di fase e assumendo che il comportamento del trasduttore nell'intervallo utilizzato sia lineare, si può scrivere:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 \left[1 + \gamma_0 \cos \left(\phi - \frac{3\alpha}{2} \right) \right] \\ I_2 &= I_0 \left[1 + \gamma_0 \cos \left(\phi - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \\ I_3 &= I_0 \left[1 + \gamma_0 \cos \left(\phi + \frac{\alpha}{2} \right) \right] \\ I_4 &= I_0 \left[1 + \gamma_0 \cos \left(\phi + \frac{3\alpha}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (44)$$

A partire da queste relazioni è possibile risalire al valore di α mediante la:

$$\alpha = 2 \arctan \left[\sqrt{\frac{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}{(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)}} \right] \quad (45)$$

e da qui, la fase in ogni punto si calcola come:

$$\phi = \arctan \left\{ \tan \left(\frac{\alpha}{2} \right) \left[\frac{(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)} \right] \right\} \quad (46)$$

Sostituendo l'espressione di α della relazione 46 si ottiene il valore di ϕ modulo π :

$$\phi = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{[(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)][3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)]}}{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)} \right\} \quad (47)$$

Supponendo di utilizzare un valore dell'angolo α pari a $\pi/2$, la visibilità delle frange ottenibili si scrive infine come:

$$\gamma_0(x, y) = \frac{1}{2I_0} \frac{\sqrt{[(I_1 - I_4) + (I_2 - I_3)]^2 + [(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)]^2}}{2} \quad (48)$$

Se il valore di α si dovesse discostare di una quantità pari a $\pm 10\%$ da $\pi/2$, anche il valore del contrasto risulterebbe aumentato o diminuito della stessa percentuale. L'indubbio vantaggio dell'adozione di questo metodo è che non è necessario conoscere il valore dello *shift* α utilizzato e questo torna particolarmente utile, ad esempio, quando il cambiamento di fase viene introdotto in un fascio divergente: in questo caso, l'equazione 47 permette di risalire alla mappa di fase indipendentemente dal fatto che si abbiano valori di sfasamento diversi lungo la superficie del fascio. Anche nel caso in cui si utilizzi un fascio collimato è possibile che, in seguito alla traslazione del PZT, si abbiano dei leggeri tilt dello specchio e che quindi lo *shift* di fase vari comunque da punto a punto dell'immagine.

4.1.3 *Four-frame technique*

Un algoritmo di *Phase-Shifting* molto utilizzato è quello che prevede quattro *shift* di fase pari a $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$. In questo caso, utilizzando il metodo dei minimi quadrati, le mappe di intensità luminosa relative ai quattro *shift* di fase si scrivono come:

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos \phi] \\
I_2 &= I_0 [1 + \gamma_0 \cos (\phi + \frac{\pi}{2})] = I_0[1 - \gamma_0 \sin \phi] \\
I_3 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi + \pi)] = I_0[1 - \gamma_0 \cos \phi] \\
I_4 &= I_0 [1 + \gamma_0 \cos (\phi + \frac{3\pi}{2})] = I_0[1 + \gamma_0 \sin \phi]
\end{aligned} \tag{49}$$

e il valore di ϕ in ogni punto dell'interferogramma:

$$\phi = \arctan \left(\frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right) \tag{50}$$

Con questa tecnica il valore del contrasto γ_0 è pari a:

$$\gamma_0(x, y) = \frac{\sqrt{(I_4 - I_2)^2 + (I_1 - I_3)^2}}{2I_0} \tag{51}$$

4.1.4 *Five-frame technique*

Questa tecnica è stata sviluppata con l'intento di minimizzare gli errori dovuti ad un'errata calibrazione del trasduttore in quanto permette di ridurre la possibilità che il numeratore e il denominatore dell'espressione da cui si riduce la fase tendano a zero, riducendo in questo modo anche le incertezze nel calcolo della fase.

Questo algoritmo fa uso di cinque acquisizioni relative a *shift* di fase pari ad α :

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi - 2\alpha)] \\
I_2 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi - \alpha)] \\
I_3 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos \phi] \\
I_4 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi + \alpha)] \\
I_5 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi + 2\alpha)]
\end{aligned} \tag{52}$$

Combinando opportunamente queste equazioni si ottiene:

$$\frac{I_2 - I_4}{2I_3 - I_5 - I_1} = \frac{\sin \alpha \sin \phi}{(1 - \cos 2\alpha) \cos \phi} \tag{53}$$

Se si adotta un valore di α pari a $\pi/2$ le cinque distribuzioni di intensità luminosa si scrivono come:

$$\begin{aligned}
I_1 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi - \pi)] = I_0[1 - \gamma_0 \cos \phi] \\
I_2 &= I_0 [1 + \gamma_0 \cos(\phi - \frac{\pi}{2})] = I_0[1 + \gamma_0 \sin \phi] \\
I_3 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos \phi] \\
I_4 &= I_0 [1 + \gamma_0 \cos(\phi + \frac{\pi}{2})] = I_0[1 - \gamma_0 \sin \phi] \\
I_5 &= I_0[1 + \gamma_0 \cos(\phi + \pi)] = I_0[1 - \gamma_0 \cos \phi]
\end{aligned} \tag{54}$$

in corrispondenza di *shift* di fase pari a $-\pi, -\pi/2, 0, \pi/2, \pi$. Con questa tecnica il valore della mappa di fase in ogni punto dell'interferogramma si calcola come:

$$\phi = \arctan \left[\frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_5 - I_1} \right] \tag{55}$$

e la visibilità delle frange è data da:

$$\gamma_0 = \frac{\sqrt{[2(I_2 - I_4)]^2 + (2I_3 - I_5 - I_1)^2}}{4I_0} \tag{56}$$

4.1.5 Scanning phase shift technique

Questa tecnica, sviluppata per essere utilizzata in presenza di vibrazioni e turbolenza dell'aria, utilizza un gran numero di acquisizioni relative a *shift* di fase random. Per ogni punto delle N immagini raccolte in corrispondenza degli N *shift*, viene calcolato il massimo e il minimo valore dell'intensità luminosa. Quando maggiore è il numero di *frame* elaborato, tanto maggiore è la probabilità che i valori I_{max} e I_{min} calcolati siano quelli effettivi. Questi valori possono essere quindi utilizzati per ricavare il valori di I_0 e γ_0 in ogni punto dell'interferogramma e quindi ricavare il valore della fase in corrispondenza di un generico i -esimo *frame* come:

$$\begin{aligned}
I_0 &= \frac{I_{max} + I_{min}}{2} \\
\gamma_0 &= \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{I_{max} - I_{min}}{2I_0} \quad \Rightarrow \quad \phi = \arccos \left(\frac{I_i - I_0}{\gamma_0 I_0} \right)
\end{aligned} \tag{57}$$

A differenza di quanto accade per gli altri algoritmi, per lo *Scanning phase shift technique*, il valore della fase si ricava da un'operazione di arcocoseno. In questo caso, per riuscire a ricoprire tutto l'intervallo 2π , si può pensare di prendere in esame due acquisizioni successive e confrontare i valori di intensità luminosa in ogni punto.

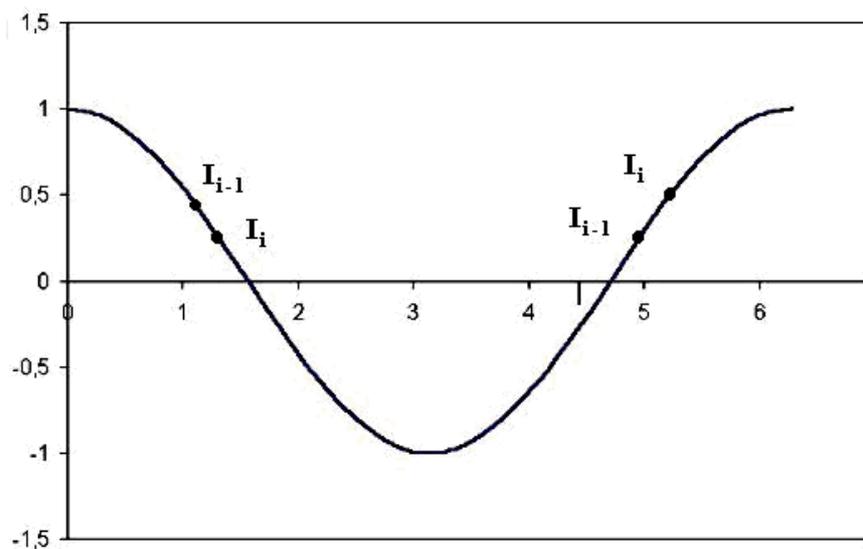


Figura 13: *Tecnica di correzione della fase ricavata dall'algoritmo Scanning phase shift*

Nell'ipotesi che gli *shift* di fase siano scelti in maniera consecutiva e crescente, è facile individuare la porzione di cosinusoide interessata confrontando i valori di intensità luminosa I_i e I_{i-1} :

Relazione intensità	Fase corretta	Intervallo fase
$I_i < I_{i-1}$	ϕ	$0 \rightarrow \pi$
$I_i > I_{i-1}$	$2\pi - \phi$	$\pi \rightarrow 2\pi$

Tabella 2: *Schema per la correzione della fase ricavata dall'operazione di arcocoseno*

4.2 *Fourier Transform Method*

Nei metodi che effettuano un rilevamento spaziale della fase, le misurazioni della fase stessa sono ricavate nello spazio (attraverso un'immagine piana) per mezzo dell'acquisizione di un'unica immagine, al contrario dei metodi temporali in cui le informazioni sulla fase erano ottenute dall'elaborazione di una sequenza di interferogrammi.

L'applicazione di tale strategia di analisi di *patterns* di frange comporta l'introduzione di un segnale portante ad elevata frequenza f_c . La distribuzione di intensità risultante sarà descritta dalla relazione:

$$i_m(x, y) = i_0(x, y) + i_1(x, y) \cos[\omega_c x + \phi(x, y)] + i_n(x, y) = i_0(x, y) + i_f(x, y) + i_n(x, y) \quad (58)$$

dove $i_0(x, y)$ è l'intensità della componente media del segnale, $i_1(x, y)$ l'ampiezza modulata del segnale portante, $i_f(x, y)$ il segnale in fase, $i_n(x, y)$ l'intensità del rumore additivo, $\phi(x, y)$ il segnale d'interesse e ω_c la pulsazione della portante introdotta.

Il MTF opera nel dominio di ω per l'eliminazione delle componenti $i_n(x, y)$ ed $i_0(x, y)$. Il valore di $\phi(x, y)$ è ottenuto (previa operazione di *unwrapping*) mediante la valutazione dell'argomento del segnale analitico. Nella pratica, i termini i_0 , i_1 e ϕ variano lentamente con le coordinate spaziali a confronto della frequenza $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ caratterizzante la portante. Il termine i_n rappresenta i disturbi dell'intensità a frequenza più elevata rispetto a quella delle frange. La determinazione della fase incognita richiede, dunque, che vengano preventivamente eliminati i termini i_0 ed i_n .

Nel seguito della trattazione, per semplicità, ci si riferirà ad una sola coordinata spaziale (x) orientata normalmente alla direzione di formazione delle frange. Si pone $\omega_c x + \phi(x) = \theta(x)$.

Al segnale in fase $i_f(x)$ si associa il segnale in quadratura $i_q(x) = i_1(x) \sin[\theta(x)]$. L'espressione dell'intensità luminosa viene riscritta nella seguente forma:

$$i_m = i_0 + \frac{1}{2}[(\cos \theta + j \sin \theta) + (\cos \theta - j \sin \theta)] + i_n = i_0 + i + i^* + i_n \quad (59)$$

dove i^* è il coniugato di i ; si è omessa la dipendenza da x .

La parte reale e la parte immaginaria di i coincidono rispettivamente con il segnale in fase ed in quadratura definiti precedentemente.

Effettuando la trasformata di Fourier e ricordando le proprietà di linearità di cui gode la trasformata si può scrivere:

$$F[i_m] = I_m(\omega) = I_0(\omega) + I(\omega - \omega_c) + I^*(\omega - \omega_c) + I_n(\omega) \quad (60)$$

Tramite un filtraggio *passa-banda* è possibile eliminare dei segnali spuri gli spettri delle funzioni trasformate sono distinti. Esso si effettua moltiplicando $I_m(\omega)$ per un'opportuna funzione filtro (w). Si ottiene così un'approssimazione della TF del segnale in fase $I_f(\omega)$; sia essa $I'_f(\omega)$.

$$I'_f(\omega) \simeq I_f(\omega) = I(\omega - \omega_c) + I^*(\omega - \omega_c) \quad (61)$$

La figura 14 mostra graficamente quanto detto.

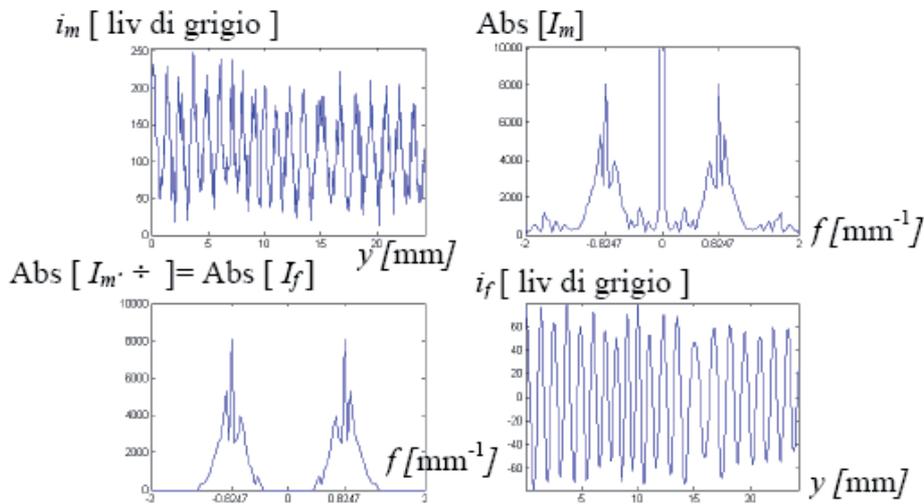


Figura 14: Fourier Transform Method

Si esegue ora la *trasformata di Hilbert* del segnale in fase. Ponendo $U(\omega) = 0$ per $\omega < 0$, $U(\omega) = 1/2$ per $\omega = 0$ ed $U(\omega) = 1$ per $\omega > 0$ si ottiene:

$$I_a(\omega) = 2 \cdot U(\omega) \cdot I_f(\omega) \simeq 2 \cdot I(\omega - \omega_c) \quad (62)$$

Antitrasformando si ottiene un segnale complesso $i_a(x)$ (denominato *segnale analitico*), la cui parte reale è una buona approssimazione della componente $i_f(x)$ e la cui parte immaginaria è correlata alla componente $i_q(x)$. La fase discontinua $\theta'(x)$ si valuta con l'espressione:

$$\theta'(x) = \arctan \frac{\text{Im}[i_a(x)]}{\text{Re}[i_a(x)]} \simeq \arctan \frac{\text{Im}[i_q(x)]}{\text{Re}[i_f(x)]} \quad (63)$$

Procedendo con l'operazione di *unwrapping* si risale al valore assunto dalla funzione $\theta(x)$. Noto il valore ω_c della portante, è possibile demodulare spazialmente il segnale mediante una semplice sottrazione. Si ricava, quindi, il valore della fase continua $\phi(x)$.

5 Sistema interferometrico a variazione di fase

L'applicazione della tecnica del *Phase-Shifting*, in base a quanto descritto nella precedente sezione, richiede l'acquisizione di un numero n di interferogrammi, dove $n \geq 3$. Ciascun interferogramma è il risultato di uno *shift* noto delle frange di interferenza. Tramite l'acquisizione dei differenti *pattern* di intensità luminosa è possibile risalire, applicando una delle tecniche riportate nel paragrafo 4.1, al valore esatto della differenza di fase per ogni pixel dell'immagine.

Lo scorrimento delle frange di intensità luminosa è legato allo *shift* della fase introdotto in uno dei due fasci dell'interferometro. Tale sfasamento è facilmente riproducibile traslando, ad esempio, lo specchio nel sistema interferometrico di partenza; la differenza di cammino ottico introdotta tra i due fasci è legata alla variazione di fase, responsabile dello scorrimento delle frange nella figura di interferenza.



Figura 15: *Interferometro a variazione di fase*

Lo schema del sistema interferometrico proposto in figura 15, è composto dagli stessi componenti ottici della configurazione classica, quali il laser He-Ne, il diffusore, la lente collimatrice, il *beam-splitter*, lo specchio e il piano di riferimento; in aggiunta a questi vi è il *trasduttore piezoelettrico*.

Come è ben visibile dall'immagine di figura 15, il piano di riferimento con il blocchetto è mantenuto fisso, mentre la traslazione è realizzata sullo specchio libero, montando un trasduttore piezoelettrico. L'attuatore piezoelettrico permette di effettuare posizionamenti estremamente precisi sino ad un ordine di grandezza inferiore

al nanometro. I più piccoli cambiamenti del voltaggio sono convertiti in piccoli movimenti lineari. Il movimento non è quindi influenzato da attrito o fenomeni di soglia.

5.1 Attuatore piezoelettrico

Il termine *Piezo* deriva dal greco e significa appunto pressione. Nel 1880 Jacques e Pierre Curie scoprirono che la pressione applicata ad un cristallo di quarzo creava una carica elettrica nel cristallo stesso; essi chiamarono questo fenomeno *piezo-effetto*. Più tardi essi verificarono che anche un campo elettrico applicato al cristallo era capace di deformarlo. Questo effetto è considerato come il fenomeno inverso del piezo effetto.

Il materiale piezoelettrico può essere, quindi, usato per convertire energia elettrica in energia meccanica e viceversa. Per il nanoposizionamento, il preciso movimento conseguente all'applicazione di un campo elettrico su di un materiale piezoelettrico è di grande valore.

Gli attuatori piezoelettrici (PZTs) offrono all'utente numerosi benefici e vantaggi rispetto alle altre tecniche di moto:

- movimenti ripetibili, dell'ordine dei nanometri e picometri, ottenibili ad alta velocità. Questo perchè il movimento dei trasduttori piezoelettrici avviene allo stato solido e senza che vi siano parti in movimento;
- sono in grado di trasportare carico di varie tonnellate o muovere carichi più leggeri ad una frequenza di svariate decine di KHz;
- lavorano come carichi capacitivi e richiedono potenze basse nelle operazioni statiche;
- non richiedono manutenzione perchè sono solidi e il loro moto è governato da effetti molecolari interni a cristalli ferroelettrici.

Con i materiali adoperati per la produzione dei cristalli piezoelettrici è possibile avere un allungamento massimo dell'ordine dell'1/1000 (0,1%). Ciò significa che un PZT lungo 100 mm può espandersi al massimo di 100 micrometri quando è applicato il massimo campo di forze permesso.

Esistono, fondamentalmente, due tipologie di piezo attuatori: quelli a basso voltaggio (*multilayer*), i quali richiedono 100 volts circa per il movimento totale, a quelli ad alto voltaggio che richiedono circa 1000 volts per l'estensione piena.

I moderni piezo ceramici, capaci di movimenti più grandi hanno sostituito i materiali originari adoperati da Curie, in entrambe le tipologie di attrezzature. Quelli più usati ai giorni d'oggi sono composti da materiali ceramici, piombo, zirconio, titanio.

Il massimo campo elettrico che i PTZ possono sopportare è compreso nel range che va da 1 a 2 kV/mm. Per mantenere i voltaggi all'interno dei limiti pratici e praticabili, gli attuatori PZT consistono di strati sottili di ceramici elettroattivi connessi dal punto di vista elettrico in parallelo. Lo spostamento totale è quindi la somma degli spostamenti dei vari strati. Lo spessore del singolo strato determina il massimo voltaggio al quale può operare l'attuatore.

La forma più comune di piezoattuatori è lo *stack* di strati di materiale ceramico con due contatti elettrici. Per proteggere il materiale ceramico dall'influenza esterna esso viene avvolto spesso mediante un contenitore metallico. Questo contenitore può anche contenere una molla che serve a precomprimere il materiale ceramico nel caso in cui questo debba compiere operazioni di pressione e trazione.

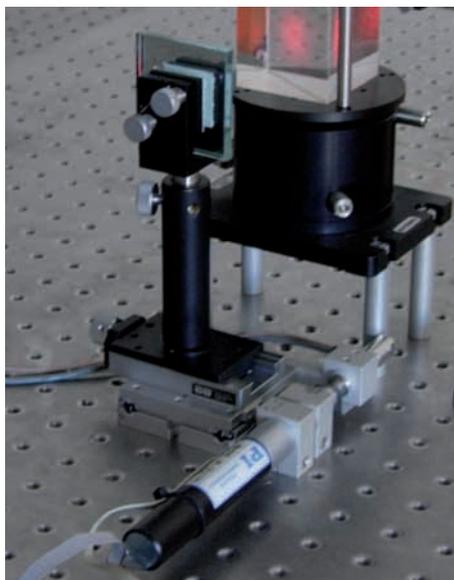


Figura 16: Attuatore piezoelettrico

La tipologia di attuatore utilizzata, riportata in figura 16, è appartenere alla classe LVPZT di trasduttori precaricati a ciclo chiuso, di TIPO P841. Sono attuatori lineari ad alta risoluzione per applicazioni statiche e dinamiche. Essi assicurano una risposta al di sotto dei millisecondi ed una risoluzione al di sotto dei nanometri. La molla interna precaricata li rende ideali per applicazioni dinamiche.

Gli attuatori a ciclo chiuso sono ideali per applicazioni che richiedono grande linearità, stabilità nei posizionamenti, ripetibilità ed accuratezza; per maggiore accuratezza, particolare, il P-841 a ciclo chiuso integra un sensore di posizione a strain-gage che assicura una risoluzione ultra-elevata.

Le caratteristiche principali del trasduttore piezoelettrico sono sintetizzate in tabella 3.

Spostamento	sino a $90\mu m$
Forze di compressione	sino a $1000N$
Forze di trazione	sino a $100N$
Tempo di risposta	$\leq 1ms$
Risoluzione	$\leq 1nm$

Tabella 3: *Caratteristiche dell'attuatore LVPZT di TIPO P841*

L'accuratezza descritta è raggiungibile se l'ambiente circostante è controllato, dato che i cambiamenti dovuti alla temperatura e le vibrazioni generano cambiamenti di posizionamento.

5.2 Applicazione *Phase-Shifting*

Il calcolo della lunghezza del blocchetto, una volta ottenute le frange di correlazione, richiedeva l'individuazione del centro della frangia nera, risultato dell'interferenza nera, sul blocchetto e sul piano di riferimento. Le frange nere non sono delle linee sottili come rappresentate nello schema (b) di figura 12, bensì hanno uno spessore reale (figura 17), che rende difficile la valutazione dei centri frangia.

Con la tecnica del *Phase-Shifting* tale inconveniente viene superato. Mediante l'implementazione della procedura di ricostruzione della fase si ottiene la mappa a

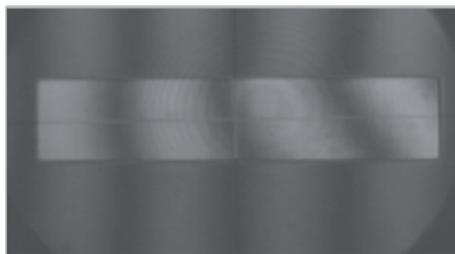


Figura 17: Esempio di figura interferenza generata sul blocchetto

pieno campo della fase, di tutta la superficie del blocchetto e di quella del piano di riferimento.

Nell'esempio di figura 18, vengono effettuate cinque rilevazioni della figura di interferenza in corrispondenza degli *shift*: -2π , $-\pi/2$, 0 , $\pi/2$, 2π . La sesta immagine rappresenta la mappa di fase generata per il blocchetto in questione.

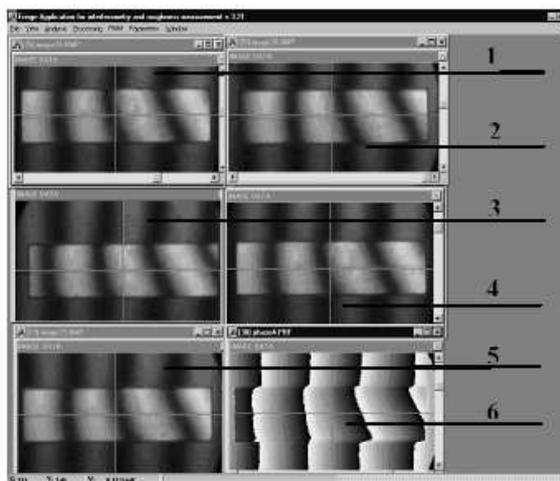


Figura 18: Esempio di costruzione della mappa di fase

Essendo la fase facilmente riconducibile alla lunghezza, con questo sistema non si misura l'altezza media del campione unicamente in corrispondenza del punto centrale del blocchetto, ma si ottiene la distribuzione del valore dell'altezza su tutta la superficie illuminata e quindi si ha una misura contemporanea di planarità e parallelismo tra le facce. In figura 19, è riportato un esempio di analisi della morfologia

della superficie del blocchetto, ottenibile tramite la ricostruzione della mappa di fase.

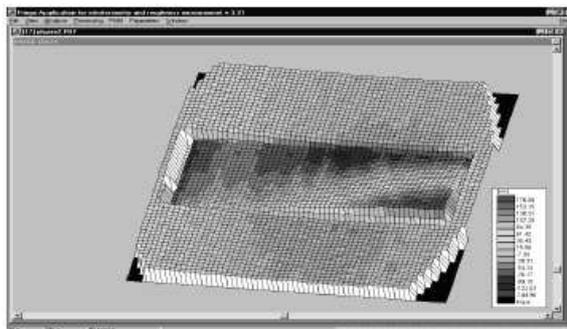


Figura 19: *Esempio di studio della geometria del blocchetto*

In conclusione, l'implementazione della tecnica del *Phase-Shifting* per la realizzazione di un interferometro a variazione di fase risulta avere delle ottime potenzialità in quanto con tale sistema si possono ottenere delle precisioni dimensionali di gran lunga superiori a quelle ottenibili con i sistemi interferometrici classici, con l'aggiunta di un solo componente al set-up tradizionale. Inoltre, l'ottenimento di informazioni relative alla geometria del blocchetto, senza lo sviluppo di un ulteriore sistema e soprattutto senza l'esecuzione di prove supplementari, risulta essere un enorme vantaggio di questo sistema rispetto a quello tradizionale.

6 Risultati e Discussione

L'attività svolta in questo lavoro ha avuto come obiettivo principale lo studio di un sistema interferometrico a variazione di fase, analizzando in particolare la sua applicazione nella procedura di taratura e di controllo della planarità superficiale dei blocchetti piano-paralleli.

Come già ampiamente sottolineato nelle precedenti sezioni, l'interferometro a variazione di fase offre, rispetto ai tradizionali sistemi, una migliore risoluzione ed accuratezza nel rilevamento dei risultati. In più, esso consente di effettuare studi aggiuntivi sulla geometria e sulla morfologia delle superfici del blocchetto piano-parallelo.

Tenendo presente tali aspetti, lo studio è stato principalmente direzionato sulla possibilità di sostituire i *pattern* di intensità luminosa ricavati dall'interferenza dei due fasci nell'interferometro, con figure a frange di fase. Tali figure di interferenza restituiscono in ogni punto dell'immagine il valore della fase, facilmente riconducibile all'altezza del blocchetto.

Le mappe di fase sono state ottenute ricorrendo alla:

1. tecnica del *Phase-Shifting*, come metodo di misurazione temporale della fase;
2. *Fourier Transform Technique*, come metodo di misurazione spaziale della fase.

Nel primo caso la ricostruzione della fase richiede l'acquisizione di un certo numero di interferogrammi per ciascun sfasamento introdotto in uno dei due fasci dell'interferometro; ovviamente il numero di rilevamenti richiesti varia se si tratta di:

- *Three-frame technique*;
- *Four-frame technique*;
- *Five-frame technique*;
- *Scanning phase shift technique*.

Al contrario, il *Fourier Transform Method* necessita dell'acquisizione e della successiva elaborazione di un unico interferogramma.

Il rilevamento delle figure di interferenza è avvenuto tramite il *set-up* del sistema interferometrico descritto in precedenza. Lo sfasamento è introdotto in uno dei due fasci dell'interferometro montando sullo specchio libero un attuatore piezoelettrico; lo sfasamento è, dunque, dovuto, alla differenza di cammino ottico realizzata tra i due fasci traslando parallelamente a se stesso lo specchio.

Le immagini acquisite sono state ridotte ad immagine quadrate con una risoluzione di $512 \times 512 \text{ pixel}$, in modo da poterle sottoporre all'algoritmo *Fast Fourier Transform*. In figura 20 è riportato uno degli interferogrammi acquisiti dal sistema.

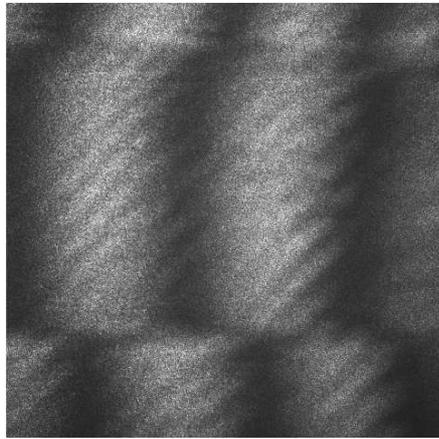


Figura 20: *Acquisizione interferogramma reale*

Anche se nelle figure di interferenza sono presenti sistemi di frange secondarie dovute ad interferenze spurie, essi non costituiscono un problema per l'elaborazione delle immagine poiché sono caratterizzati da frequenze molto differenti. Questa caratteristica permette facilmente di eliminarli mediante un'operazione di filtraggio.

Tramite l'analisi della posizione delle frange di correlazione è possibile effettuare la taratura del blocchetto piano-parallelo. Nel caso in cui non sia possibile effettuare un completo controllo ambientale o disporre di sonde per il rilevamento della temperatura del blocchetto, si ricorre ad una procedura analitica alternativa che assume la temperatura del blocchetto perfettamente coincidente con quella dell'ambiente.

Ovviamente questa operazione fornisce un'approssimazione dei risultati che si otterrebbero qualora si potesse risalire ai parametri necessari per il calcolo esatto della dimensione del blocchetto.

La relazione alla quale si fa riferimento è la seguente:

$$L = L_0 \pm F \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (64)$$

dove L_0 è la lunghezza nominale del blocchetto, $\lambda = 0.6328\mu m$ è la lunghezza d'onda del fascio emesso dal laser e $F = \frac{a}{b}$ è la frazione di frangia. Nel calcolo della frazione F , b è l'interfrangia rilevata sul piano di riferimento e a è la distanza relativa tra frangia del blocchetto e frangia del piano.

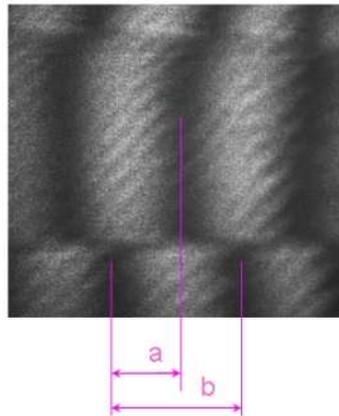


Figura 21: *Calcolo della frazione di frangia*

Le distanze di interfrangia devono essere rilevate nella parte centrale del blocchetto; per il caso in esame, le distanze di interfrangia sono evidenziate in figura 21.

Affinché si abbiano valori attendibili della frazione F è necessario sottoporre l'immagine a procedure di filtraggio che siano in grado di restituire figure con

frange di maggiore definizione, in maniera tale da rendere più facile l'operazione di individuazione dei centri frangia.

Il *processing* delle immagini è stato realizzato con l'ausilio del *software* di calcolo Matlab.

Il codice generato richiede in input l'interferogramma da elaborare, che viene trattato come una matrice i cui elementi corrispondono ai *pixel* dell'immagine. Ad ogni *pixel* viene associato un numero che varia all'interno della scala di grigi da 0 (nero) a 255 (bianco). Nel presente lavoro, l'obiettivo iniziale del *processing* è il raggiungimento di un miglioramento della qualità dell'immagine che sia in grado di evidenziare in maniera più definita i contorni delle frange di interferenza. I metodi considerati apportano esclusivamente variazioni di intensità del singolo *pixel* e appartengono essenzialmente alle trasformazioni di *Contrast Stretching*. Infatti l'effetto della prima operazione consiste in aumento del contrasto tra frange chiare e scure, riducendo il range dinamico di livelli di grigio dell'immagine. Il risultato è stato riportato in figura 22.

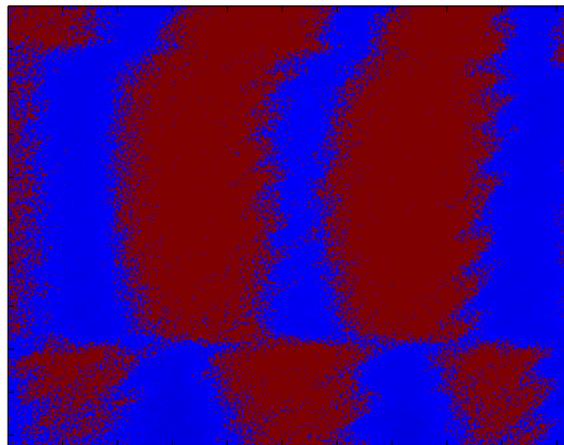


Figura 22: *Aumento del contrasto della figura di interferenza*

Regolato il contrasto, si procede in maniera separata distinguendo le zone dell'immagine relative al blocchetto ed al piano di riferimento. Nelle seguenti figure vengono evidenziati i risultati ricavati isolando le frange che interessano il blocchetto; ovviamente la stessa valutazione è stata effettuata per le frazioni restanti dell'immagine di partenza. La seconda fase della procedura di elaborazione dell'immagine

riduce la scala di grigi in due soli livelli (0 e 255): la figura si dice *binarizzata* (figura 23).

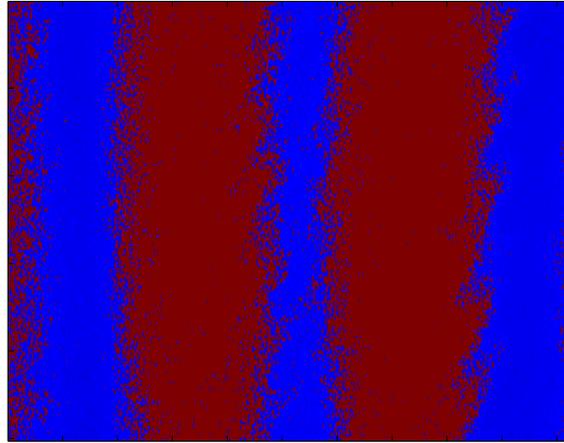


Figura 23: *Figura di interferenza binarizzata relativa al blocchetto*

La seconda fase del *processing* è caratterizzata dall'applicazione di un filtro spaziale. La tipologia utilizzata è il filtro media, in cui il livello di grigio di ciascun pixel è rimpiazzato dalla media dei livelli di una definita regione di pixel. L'algoritmo in esame effettua un filtraggio di ordine 7 (figura 24).

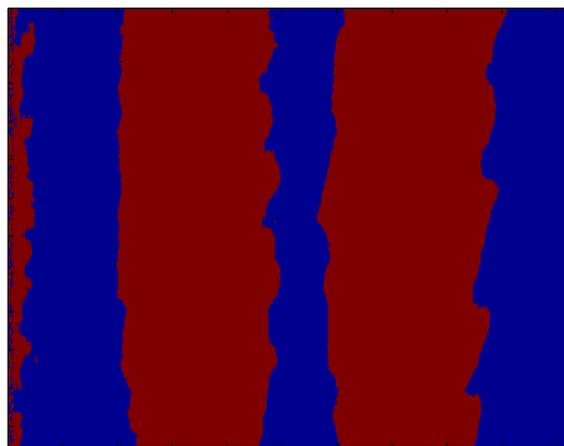


Figura 24: *Figura di interferenza filtrata relativa al blocchetto*

Se si seleziona, ad esempio, la linea centrale dell'immagine riportata in figura 24

si ottiene un andamento del tipo evidenziato in figura 25, dove i centri frangia sono facilmente individuabili:

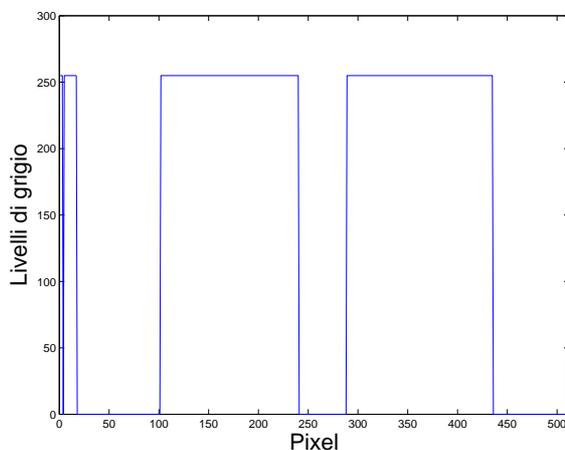


Figura 25: *Andamento dell'intensità in corrispondenza della sezione centrale del blocchetto*

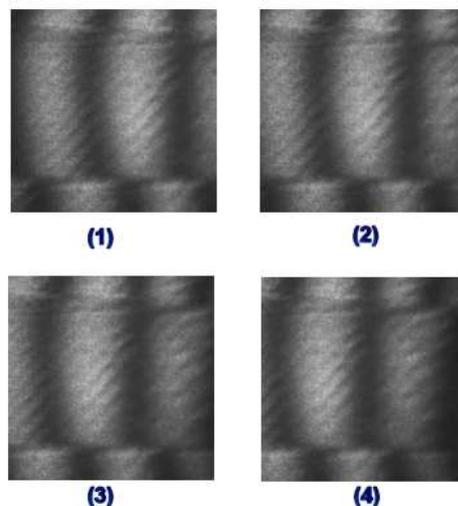
Seguendo questa procedura di calcolo dell'altezza del blocchetto si ricava uno scostamento di $F \cdot \frac{\lambda}{2} = 0,17\mu m$.

6.1 *Phase-Shifting Technique*

Servendosi del trasduttore PZT, si può procedere all'applicazione degli *shift* di fase in numero e valore richiesti dall'algoritmo di *Phase-Shifting* scelto. Ad esempio, per l'implementazione della *Four-frame technique*, sono state rilevate le quattro immagini riportate in figura 26.

Al fine di confrontare l'efficacia degli algoritmi più frequentemente presenti in letteratura sono state realizzate le seguenti routine:

1. *Three-frame technique*, con angoli di *shift* di 120° ;
2. *Four-frame technique*, con angoli di *shift* di 90° ;
3. *Five-frame technique*, con angoli di *shift* di 90° ;
4. *Scanning phase shift technique*, con acquisizione di 20 immagini.

Figura 26: *Four-frame technique*

I *pattern* di frange di fase che ciascun metodo restituisce sono riportati in figura 27.

In tutte le immagini ottenute, è ben visibile un'importante componente di rumore, sostanzialmente legata all'accuratezza delle misurazioni condotte. Il rumore può essere dovuto a svariate fonti di errore: ad esempio errata calibrazione del traslatore di fase, non-linearità dei detector della CCD camera, inadeguato campionamento del segnale rilevato, riflessioni spurie, scarsa qualità della superficie investigata, decorrelazione delle immagini, movimenti di corpo rigido, turbolenza dell'aria, vibrazioni, ecc.

La componente fondamentale del rumore è, tuttavia, dovuta al fenomeno dello *speckle*. Per evitare che i pixel della CCD andassero in saturazione, quando colpiti dalla luce laser, è stato introdotto nella componentistica dell'interferometro un vetro smerigliato. Lo *speckle* determina nell'immagine una distribuzione caotica ed irregolare di piccole macchioline di luminosità differente e si verifica tutte le volte in cui un fascio di luce piana e coerente illumina una superficie otticamente rugosa (ossia, se il valore medio della sua rugosità è maggiore della lunghezza d'onda della luce laser utilizzata). I raggi diffusi che si ricombinano sul piano immagine si trovano

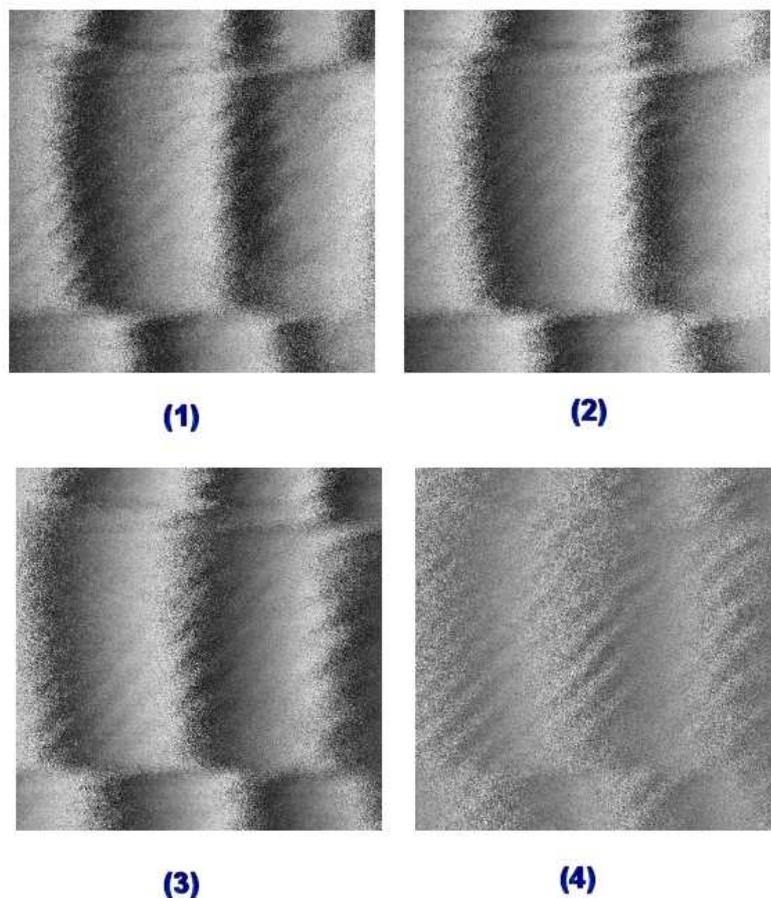


Figura 27: *Mappe di fase: (1) Three-frame; (2) Four-frame; (3) Five-frame ; (4) Scanning phase shift*

ad aver percorso cammini ottici differenti a seconda del valore di profondità locale che hanno incontrato sull'oggetto. Questa differenza di cammino ottico introduce uno sfasamento per ciascuna coppia dei punti diffondenti della superficie illuminata. Dalla sovrapposizione coerente di questi raggi sfasati in maniera assolutamente random si ottiene sul piano immagine il caratteristico campo *speckle*.

Le fonti di errore fino ad ora elencate possono influire in maniera negativa sull'affidabilità dei risultati; una soluzione che potrebbe essere adottata consiste nell'effettuare un *pre-processing* delle figure prima della loro elaborazione.

Per quanto riguarda l'effetto dei punti invalidi, negli algoritmi riportati in appendice è stata scelta come tecnica di invalidazione di tali punti, quella che associa un livello di intensità luminosa nullo alla determinata posizione della matrice dell'immagine, in cui si verifica l'impossibilità di determinare il risultato dell'operazione di arcotangenza (o arcocoseno se si tratta della *Scanning phase shift technique*).

Tali accorgimenti non sono le uniche soluzioni che potrebbero essere adottate perchè la mappa di fase si avvicini il più possibile all'andamento ideale riscontrato nell'attività di simulazione. La mascheratura delle immagini deve essere seguita da una operazione di filtraggio, cercando di distribuire in maniera appropriata le intensità luminose dei pixel nelle zone in prossimità dei punti invalidi. Ovviamente tale operazioni devono essere eseguite con assoluta accuratezza, in quanto potrebbero comportare una modifica della natura delle informazioni.

Effettuando un confronto tra i risultati forniti dai quattro algoritmi, è facilmente evidente che la *Scanning phase shift technique* costituisce il metodo meno efficace e meno accurato nella procedura di creazione della mappa di fase. Nonostante questo algoritmo presenti il notevole vantaggio di non richiedere la calibrazione del PZT, e di non risentire della turbolenza e delle vibrazioni dell'aria, restituisce immagini con entità cospicue di rumore. Inoltre è necessario ricordare che l'utilizzo dello *Scanning phase shift* comporta l'acquisizione di un numero minimo di immagini pari a 20. Tale condizione rende lo svolgimento delle operazioni di misurazione più complicato, con tempi di impiego decisamente elevati.

Gli interferogrammi ottenuti con le tecniche *Three, Four e Five frame* sono risultati tutto sommato soddisfacenti anche se, come anticipato, le immagini richiedono procedure di *processing* che facilitino la successiva operazione di *unwrapping*.

7 Conclusioni

Il lavoro effettuato ha avuto l'obiettivo di analizzare le potenzialità di un sistema interferometrico nell'ambito della procedura di taratura dei blocchetti piano-paralleli.

A tale scopo, è stato effettuato uno studio dettagliato dei fenomeni a carattere interferometrico che sono alla base del funzionamento della strumentazione utilizzata nell'attività sperimentale.

Assimilate le conoscenze necessarie allo svolgimento dell'analisi, è stato sviluppato un set-up del sistema che inizialmente ha riprodotto la tradizionale configurazione dell'interferometro di Michelson. Tale operazione ha consentito l'apprendimento delle fasi che caratterizzano la procedura di creazione di una strumentazione di misura e l'approfondimento di tutte le conoscenze fondamentali per la calibrazione e l'allineamento di un sistema ottico.

Analizzare le potenzialità del sistema interferometrico significa sostanzialmente comprendere quali variazioni possono essere introdotte nel *set-up*, affinché la precisione di misurazione aumenti e affinché si riescano a condurre analisi aggiuntive all'operazione di taratura.

La risposta a tali interrogativi è stata ricercata nell'implementazione delle tecniche, temporali o spaziali, di misurazione e calcolo della fase del fascio luminoso che genera la distribuzione di frange. Se l'interferometro di Michelson permette di ricondurre la misura della lunghezza del blocchetto alla frequenza di ripetizione dei centri delle frange di intensità luminosa che si generano all'interno della figura di interferenza, i sistemi interferometrici a variazione di fase restituiscono, invece, come output della misurazione, mappe di fase fornendo informazioni in ogni punto dell'immagine (la fase è riconducibile alla lunghezza del blocchetto), e non limitatamente ai centri di frangia.

Inizialmente è stata applicata la *Phase-Shifting Technique*, che si serve per la costruzione della mappa di fase di un numero $n \geq 3$ di interferogrammi, ottenuti introducendo, per ciascun immagine acquisita, uno *shift* in uno dei due fasci dell'interferometro. Tale sfasamento si realizza a livello sperimentale con l'adozione di un trasduttore piezoelettrico che determini una traslazione di uno dei due specchi all'interno della configurazione del sistema interferometrico. Il numero di *shift* dipende dal metodo applicato. In questo lavoro sono state utilizzate le seguenti tecniche:

Three-frame, Four-frame, Five-frame e Scanning Phase Shift.

Per ogni metodo è stato acquisito un numero di immagini sufficienti alla costruzione della figura a frange di fase; questa procedura ha permesso di valutare l'efficacia delle differenti tecniche. Lo *Scanning Phase Shift Method* è il procedimento che ha fornito risultati meno accurati, in quanto si è dimostrato il più sensibile alle componenti di rumore. Tuttavia, anche nei restanti casi, la successiva elaborazione delle mappe di fase richiede il *processing* (o filtraggio) delle immagini al fine di eseguire una corretta operazione di *unwrapping*.

Soddisfacenti sono stati ritenuti i risultati forniti dall'applicazione del metodo spaziale per il calcolo della fase: *Fourier Transform Method*. Sia per il sistema di frange generato dal piano di riferimento che per quello interessato dal blocchetto, il metodo riesce a fornire un andamento a *denti di sega* della fase che risente in maniera minima del disturbo, rendendo sicuramente più semplice la successiva procedura di *unwrapping*. E' necessario sottolineare, però, che l'assenza di una forte componente di rumore è comunque legata ad una procedura di filtraggio effettuata nel dominio delle frequenze; tale operazione è insita nella stessa applicazione del metodo.

Una volta conclusa la fase di elaborazione delle immagini, lo studio è stato concentrato sull'analisi dei risultati; è stato dimostrato come l'interferometria a variazione di fase introduca evidenti vantaggi in quanto consente di ottenere precisioni elevate nella procedura di taratura dei blocchetti piano-paralleli, ma contemporaneamente consente di trarre informazioni riguardanti la planarità e il parallelismo delle superfici dei blocchetti stessi.